

GENERATORE DI ENERGIA PER
SEPARAZIONE DI COPPIE VIRTUALI

CALCOLO DELLA CONFIGURAZIONE ELETTROMAGNETICA

INDICE

1.	Introduzione: generazione di coppie virtuali elettrone-positrone nel vuoto.	3
2.	Componenti della macchina.	6
3.	Campi magnetici ed elettrici. Parametri relativi.	8
4.a	Determinazione delle forze di Lorentz.	10
4.a.1	Vettore $\vec{V}$ parallelo al campo $\vec{B}$	10
4.a.2	Vettore $\vec{V}$ perpendicolare al campo $\vec{B}$	10
4.a.3	Vettore $\vec{V}$ non parallelo e non perpendicolare a $\vec{B}$	12
4.b	Dischetti elettrici, dischetti magnetici e sfere fermi. Corrente al solenoide nulla.	14
4.c	Sfere in movimento. Dischetti magnetici ed elettrizzati fermi. Corrente al solenoide nulla.	16
4.d	Rotazione dei dischetti magnetici ed elettrici.	19
5.	Calcolo delle magnetizzazioni dei magneti permanenti.	32
5.a	I parametri del campo magnetico principale.	32
5.b	I due circuiti elettrici: solenoide ed estrattore.	32
5.c	I sette magneti permanenti 2, 3, 4, 5, 7, 8 e 9.	34
5.c.1	Forza coercitiva e campo sono funzioni lineari dell'induzione residua.	34
5.c.2	I campi standard.	36
5.c.3	I parametri k_i dei magneti permanenti.	37
5.d	Induzione totale.	40
5.e	Campi per avere determinate traiettorie.	41
5.f	Procedura di calcolo.	43
6.	I tre dischetti elettrizzati.	54
6.1	Campo elettrico	54
6.2	Campo magnetico.	55

1. Introduzione: generazione di coppie virtuali elettrone-positrone nel vuoto.

Dato un sistema S di volume τ , supponiamo di volerne misurare l'energia E ad un dato istante t. Le due misure (di E e di t) implicano necessariamente degli errori, che chiameremo ΔE e Δt .

In meccanica quantistica, esiste un principio, noto come "principio di indeterminazione di Heisenberg", il quale afferma che il prodotto di questi due errori non può mai essere inferiore ad un certo valore minimo. Precisamente si deve avere sempre:

$$1-1) \quad \Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

dove $\hbar$ è una costante, pari alla costante di Planck h ($6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$) divisa per 2π ; si ha cioè:

$$1-2) \quad \hbar = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 6,582 \cdot 10^{-22} \text{ MeV} \cdot \text{s}$$

Si noti che la (1-1) rimane valida qualunque sia la grandezza del volume τ , quindi anche quando $\tau \rightarrow 0$. In altre parole, in assenza di materia, cioè nel vuoto, l'energia può aumentare da 0 a ΔE , purché però tale incremento non duri per un tempo maggiore di quello permesso dalla (1-1).

Il vuoto, quindi, può mettere a disposizione dell'energia come farebbe una banca che prestasse del denaro sotto la condizione di riaverlo indietro dopo un tempo tanto minore, quanto più grande è la somma prestata.

Dalla teoria della relatività, sappiamo che ogni massa è energia. In particolare, la massa di un elettrone ($9 \cdot 10^{-28}$ grammi) corrisponde ad una energia pari a 0,51 MeV circa.

Il vuoto può quindi "prestare" questa energia ΔE , però per non più di:

$$1-3) \quad \Delta t = \frac{\hbar}{2 \cdot \Delta E} = \frac{6,582 \cdot 10^{-22}}{2 \cdot 0,511} = 6,44 \cdot 10^{-22} \text{ secondi}$$

Al termine di questo tempo, l'elettrone deve scomparire e ritornare nel vuoto che lo aveva generato. Si tratta quindi di una particella cosiddetta "virtuale",

perché, per definizione, non esiste alcun metodo fisico per osservarla direttamente.

Bisogna notare tuttavia che questa apparizione di un elettrone singolo dal vuoto non può avvenire. Infatti un elettrone possiede una carica elettrica ed è noto che la carica si conserva sempre. Pertanto dal vuoto, che per definizione ha carica nulla, non può generarsi un elettrone, perché in tal caso si avrebbe violazione della conservazione della carica elettrica. Tuttavia, al posto di un elettrone, possiamo considerare la creazione di una coppia elettrone negativo – elettrone positivo (o positrone). Il positrone è in tutto simile ad un elettrone, se non per il fatto che ha una carica eguale in valore assoluto a quella dell'elettrone, ma positiva anziché negativa. La carica elettrica totale della coppia è perciò zero, e quindi la sua formazione dal vuoto non viola la legge di conservazione della carica.

Nel caso di una coppia elettrone-positrone, si deve considerare che la massa totale è il doppio di quella di un elettrone e quindi eguale a poco più di 1 MeV. Di conseguenza, il tempo di esistenza della coppia sarà la metà di quello dato dalla (1-3), e cioè di $3,22 \cdot 10^{-22}$ secondi. Dopo questo tempo, la coppia scomparirà ritornando nel vuoto.

Possiamo quindi immaginarci che il vuoto "ribolla" continuamente di coppie elettrone-positrone virtuali, che rimangono in vita per tempi brevissimi e poi scompaiono. L'esistenza fisica di tali coppie, anche se non osservabili direttamente, è tuttavia testimoniata in maniera indiretta dai loro effetti schermanti in vicinanza di atomi.

Una delle caratteristiche degli elettroni e dei positroni è lo spin, una specie di rotazione interna della particella, che si può descrivere tramite un vettore. Lo spin può essere positivo o negativo. Un positrone ha spin opposto a quello di un elettrone, mentre lo spin totale si conserva sempre, esattamente come la carica elettrica.

Poiché evidentemente il vuoto ha spin nullo, deve anche essere nulla la somma vettoriale degli spin dell'elettrone e del positrone virtuali che si formano per il fenomeno sopra accennato di fluttuazione dell'energia. Ciò significa che se l'elettrone al momento della sua formazione ha spin in una certa direzione, il positrone deve avere spin orientato nella direzione opposta.

A questo punto, è naturale pensare che se nel brevissimo intervallo di tempo nel quale le due particelle rimangono in vita, i loro spin vengano fatti ruotare di un certo angolo (diverso da 180°), esse non possono più ricongiungersi e scomparire di nuovo nel vuoto, perché il loro spin totale, dopo la rotazione, non è più eguale a quello del vuoto, e cioè zero.

Su questo principio è basato il generatore di energia che si descrive qui di seguito. La macchina prepara delle condizioni tali, che fanno ruotare le direzioni degli spin degli elettroni e dei positroni virtuali generati dal vuoto, non appena essi si formano. In conseguenza di ciò, le particelle vengono, per così dire, devirtualizzate, cioè, non potendo più scomparire nel vuoto, passano all'esistenza reale stabile. Separati gli elettroni dai positroni, questi ultimi vengono riuniti in un fascio e possono essere inviati sulla materia normale. Nell'urto con questa, i positroni incontrano sicuramente degli elettroni che hanno spin eguale e opposto al loro; in conseguenza di questo incontro, un positrone e un elettrone possono annichilarsi e restituire la loro energia totale di massa, cioè circa 1 MeV per evento. Dato il grande numero di positroni che si creano nell'unità di tempo, l'energia rilasciata è grande e le potenze a disposizione rilevanti.

Ovviamente, nessuna energia è creata o distrutta da questo processo. Semplicemente, lo spostamento di positroni da un punto all'altro dello spazio equivale a prelevare dal vuoto dell'energia in un punto e a riconsegnarla al vuoto stesso in un altro punto. Così come farebbe chi, stando in mare munito di un bicchiere, lo riempisse d'acqua e lo vuotasse poco più in là.

2. Componenti della macchina.

La macchina è composta da:

1. 2 sfere in acciaio inox (contenenti ciascuna 1 cc di mercurio) rotanti, una attorno ad un asse verticale (parallelo all'asse z) ed una attorno ad un asse orizzontale (parallelo all'asse x)
2. 2 circuiti elettrici:
 - solenoide (circuito a cui assegniamo il no. di riferimento 1)
 - circuito della guida elettromagnetica (a cui assegniamo il no. di riferimento 6)

percorsi dalla medesima corrente perché collegati in serie.

3. 4 magneti permanenti fissi:
 - Magnete quadrato verticale destro: no. di riferimento 2
 - Magnete quadrato verticale centrale: no. di riferimento 3
 - Magnete quadrato verticale sinistro: no. di riferimento 4
 - Magnete orizzontale cilindrico superiore diam. 26 x sp.2: no. di rifer.to 5
4. 20 magneti permanenti fissi con dimensioni 40x20x2 mm, disposti nella guida elettromagnetica a 90° l'uno dall'altro, con le facce 40x2 costituenti poli Nord e Sud alternati.
5. 2 magneti permanenti rotanti diam. 30 mm, sfalsati di 90°, uno (che numereremo 7), con asse in direzione z rotante con velocità angolare ω_7 , l'altro (no. 8) con asse in direzione y rotante con velocità angolare ω_8 .
6. 1 rivestimento in plastroferrite spessore 2 mm. interno al contenitore, che chiameremo 9.
7. 3 dischetti di materiale dielettrico elettrizzati rotanti diam. 30 sp. 2, con asse comune in direzione y passante per il punto (0,0,-40): in ogni dischetto, una faccia è portata al potenziale V, quella opposta a -V. I tre dischetti ruotano con velocità angolare ω_{disch}

8. Nella guida elettromagnetica, sono disposte (perpendicolarmente all'asse y) 5 gruppi di tre piastrine sagomate cadauno: dall'ingresso all'uscita, le piastrine in ogni gruppo sono, rispettivamente, di oro, piombo e platino. I tre metalli, per effetto Volta, generano un campo elettrico all'interno della guida.

3. Campi magnetici ed elettrici. Parametri relativi.

All'interno della macchina, esiste un *campo magnetico* differente a seconda del momento di funzionamento e precisamente:

Prima dell'attivazione del solenoide: vi è un campo generato dai due dischetti magnetici rotanti, dai quattro magneti permanenti fissi sopra il solenoide, dai fogli di gomma magnetizzata all'interno del contenitore, dai venti magneti permanenti della guida elettromagnetica e dalle cariche elettriche depositate sui tre dischetti elettrizzati rotanti. Si può dimostrare che quest'ultimo è nullo per simmetria (si veda l'Appendice B). Inoltre, il campo generato dai venti magneti permanenti della guida si richiude magnete con magnete e quindi non influenza il resto della macchina.

Dopo l'attivazione del solenoide, ai campi precedenti si sovrappone il campo generato dal solenoide e dal circuito elettrico della guida.

Esiste poi un *campo elettrico*, generato dai tre dischetti elettrizzati rotanti; inoltre le cinque terne di piastrine oro-piombo-platino a contatto reciproco nella guida elettromagnetica generano un campo elettrico dovuto ai loro diversi potenziali di estrazione.

A causa delle rotazioni:

- I due magneti permanenti a disco, ruotando, generano due campi magnetici che traslano rettilineamente. Tutto avviene quindi come se i due magneti fossero fermi e le cariche immerse nel campo traslassero rettilineamente con velocità uguale e contraria a quella del campo stesso. Se tale velocità non ha direzione coincidente col campo, le cariche risentono di una forza di Lorentz.
- Analogamente per i tre dischetti rotanti elettricamente carichi. La loro rotazione fa traslare il campo elettrico rettilineamente, quindi è come se il campo fosse fermo e le cariche traslassero con velocità eguale ed opposta a quella del campo.

I campi elettrici e magnetici presenti all'interno della macchina determinano, in generale, il movimento delle particelle cariche che vi sono generate.

Sia P un punto qualsiasi all'interno della macchina, $\vec{B}$ ed $\vec{E}$ rispettivamente l'induzione magnetica ed il campo elettrico in P. Detta $\vec{V}$ la velocità del positrone in P, la forza totale agente sulla particella è:

$$3-1) \quad \vec{F} = e \cdot \vec{E} + e \cdot \vec{V} \wedge \vec{B}$$

(dove $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Coulomb è la carica del positrone). Nella (3-1) $\vec{F}$ è in Newton, se:

$\vec{E}$ è in V/m (ovvero Newton/Coulomb)

$\vec{V}$ è in m/sec

$\vec{B}$ è in Tesla (1 Tesla = 10^4 gauss)

Si può dimostrare che, a solenoide attivato, la forza elettrica $e \cdot \vec{E}$ è trascurabile rispetto alle forze di Lorentz.

4. Funzionamento della macchina.

4.a Determinazione delle forze di Lorentz.

Una particella, di carica $+e$, che possiede una velocità $\vec{V}$ facente un angolo θ con un campo magnetico $\vec{B}$, risente di una forza di Lorentz pari a:

$$4-1) \quad \vec{F}_L = e \cdot \vec{V} \wedge \vec{B} = e \cdot V \cdot B \cdot \sin\theta$$

(a 90° con i vettori V e B).

In caso di cariche positive, si utilizza la mano sinistra e si individua la direzione di $\vec{F}_L$ nel modo seguente:

Pollice = forza	(Thumb = Thrust)
Indice = campo	(First finger = Field)
Medio = velocità	(Second finger = Speed)

(per l'elettrone, si adopera la mano destra).

4.a.1 Vettore $\vec{V}$ parallelo al campo $\vec{B}$.

In tal caso la forza di Lorentz è nulla, perché, essendo $\theta=0$, è $\sin\theta=0$ e quindi la traiettoria della particella è una retta parallela al campo.

4.a.2 Vettore $\vec{V}$ perpendicolare al campo $\vec{B}$.

Essendo $\sin 90^\circ = 1$, la carica è soggetta ad una forza di Lorentz pari a:

$$F_L = e \cdot V \cdot B$$

a 90° coi vettori $\vec{V}$ e $\vec{B}$. Di conseguenza, la sua traiettoria sarà un cerchio, giacente nel piano V - B (si veda la Fig. 4-1 – la traiettoria è indicata in blu):

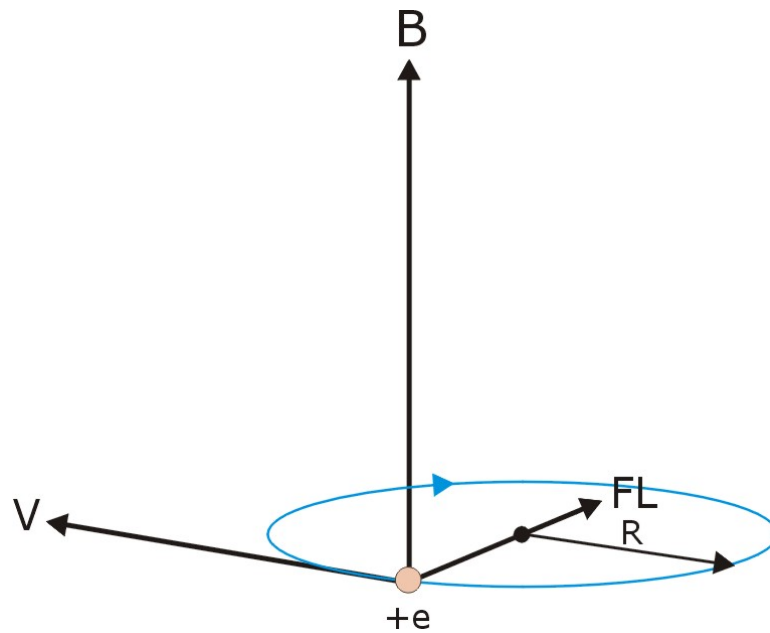


Figura 4-1

Il raggio R del cerchio si trova eguagliando la forza centrifuga alla forza di Lorentz:

$$4-2) \quad m \cdot \frac{V^2}{R} = FL = e \cdot V \cdot B$$

da cui:

$$4-3) \quad R = \left(\frac{m}{e}\right) \cdot \frac{V}{B} = 5,625 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{V}{B}$$

R è in metri, se V è in m/sec e B in Tesla.

Esprimendo R in mm, V in m/sec, B in Gauss, risulta:

$$4-4) \quad R = 5,625 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{V}{B}$$

La velocità angolare ω_c è tale per cui:

$$4-5) \quad V = \omega_c \cdot R$$

pertanto, tenendo in conto la (4-3), si ha:

$$4-6) \quad \omega_c = \frac{V}{R} = \left(\frac{e}{m}\right) \cdot B \quad (\text{rad/sec})$$

ω_c è detta "velocità angolare di ciclotrone" e non dipende da V. Dalla (4-6) si ricava la frequenza di ciclotrone f:

$$4-7) \quad f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \left(\frac{e}{m}\right) \cdot B \quad (\text{giri/"})$$

Si noti che il vettore velocità V ruota attorno al centro del cerchio.

4.a.3 Vettore $\vec{V}$ non parallelo e non perpendicolare a $\vec{B}$.

In tal caso, detto θ l'angolo tra la velocità e il campo, la traiettoria per un positrone sarà una spirale attorno al campo, cioè un moto composto da un moto rettilineo uniforme nella direzione del campo e da un moto rotatorio in un piano ortogonale al campo:

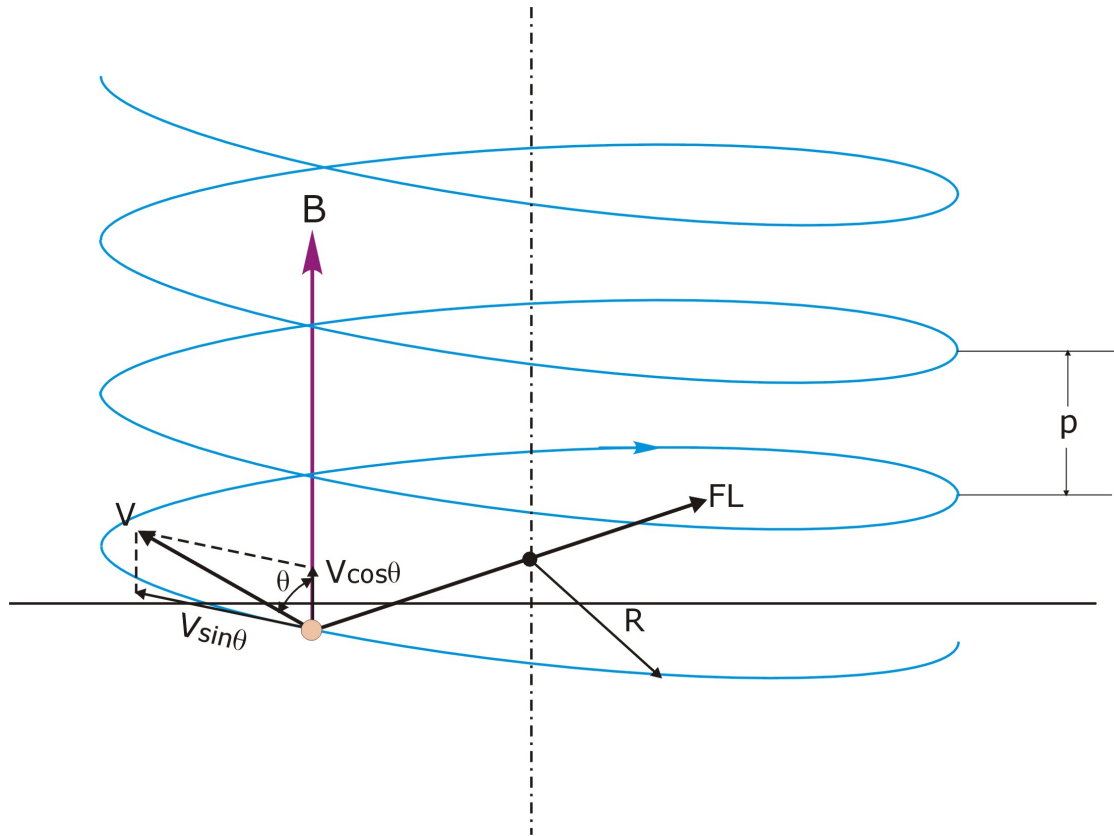


Figura 4-2

Il moto nel piano ortogonale al campo magnetico è un moto circolare di frequenza pari alla frequenza di ciclotrone ω_c . La traiettoria ha pertanto i seguenti parametri:

4-8) velocità angolare $\omega_c = \left(\frac{e}{m}\right) \cdot B$

4-9) raggio dell'elica $R = \frac{V_n}{\omega_c}$

dove $V_n = V \sin \theta$ è la velocità in un piano normale a B . Se R è in mm e V_n in m/sec, è $R = \frac{1.000 \cdot V_n}{\omega_c}$;

4-10) periodo del moto circolare $T = \frac{2\pi}{\omega_c}$

4-11) passo $p = (V \cdot \cos \theta) \cdot T$

Si noti ancora che, mentre la componente della velocità $v \cos \theta$ è fissa e diretta come il campo, la componente $v \sin \theta$ ruota attorno al centro della spirale.

4.b Dischetti elettrici, dischetti magnetici e sfere ferri. Corrente al solenoide nulla.

Supponiamo che la corrente I che percorre il solenoide 1 ed il circuito estrattore 6 (in serie al solenoide) sia nulla e che i tre dischetti elettricamente carichi e i due dischi magnetici siano fermi. Supponiamo anche ferme le due sfere contenenti mercurio.

Si veda la Fig. 4-3 per riferimento, dove sono indicati:

- in verde i tre dischetti elettricamente carichi con le polarità indicate
- in grigio le due sfere contenenti mercurio
- in rosso e in azzurro i due dischetti magnetici a 90°

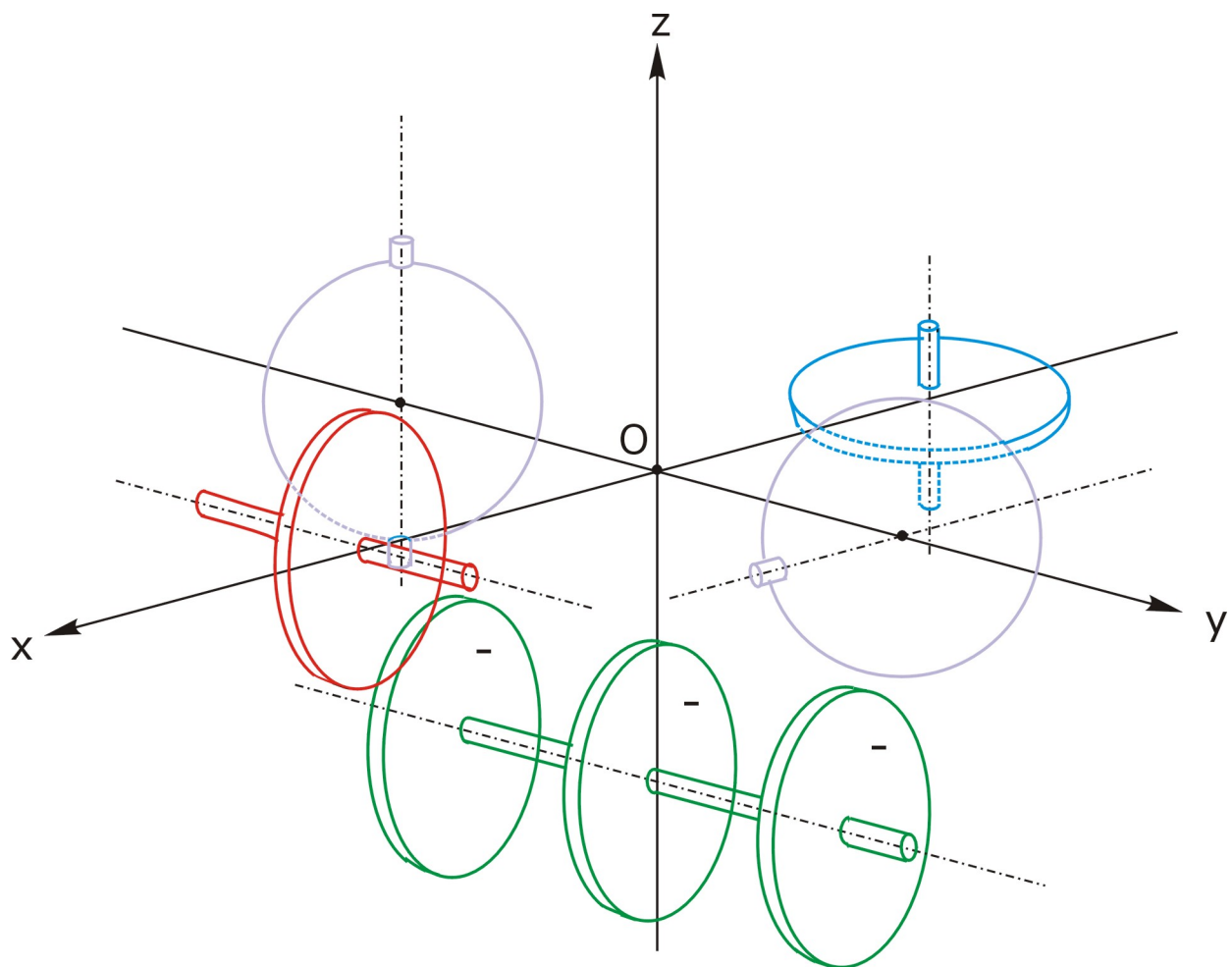


Fig. 4-3

Per il principio di indeterminazione, si creano continuamente in tutto lo spazio coppie virtuali elettrone-positrone. Ogni coppia si annichila dopo circa 10^{-22} sec. dalla creazione. Al momento della creazione, gli spin delle due particelle sono eguali ed opposti. Per avere annichilazione, occorre che gli spin delle due particelle si mantengano in direzioni opposte.

I tre dischetti elettrizzati hanno l'asse di rotazione parallelo all'asse y della macchina. Viene generato un campo elettrico lungo questo asse che fa muovere un positrone nella direzione positiva dell'asse y , un elettrone nella direzione negativa.

Considerando, ad esempio, due particelle che si formano nell'origine O , esse tendono ad allontanarsi tra loro (v. Fig. 4-4, dove i vettori velocità sono indicati in rosa, il positrone in rosso e l'elettrone in blu). Supponendo che i dischetti siano caricati a ± 400 V, data la geometria del sistema le particelle risentono di una ddp pari a circa 46 V. La loro velocità sarà allora di ca. 4.000 km/s (come si può vedere eguagliando l'energia cinetica al lavoro elettrico).

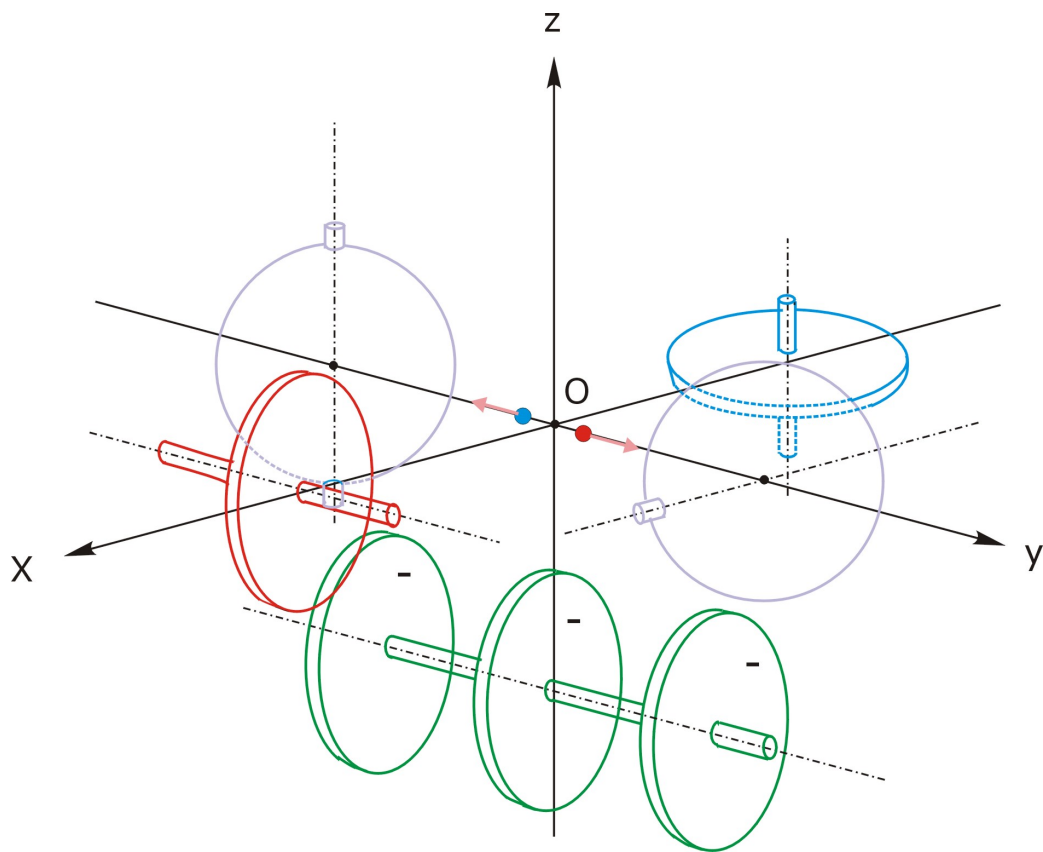


Fig. 4-4

Le particelle sono correlate (entangled) e poiché i loro spin si mantengono antiparalleli, si annichilano dopo il tempo di vita accordato loro dal principio di Heisenberg (circa 10^{-22} sec.)

4.c Sfere in movimento. Dischetti magnetici ed elettrizzati fermi. Corrente al solenoide nulla.

Supponiamo di mettere in rotazione le due sfere contenenti mercurio.

Il mercurio naturale è costituito da due isotopi stabili che sono fermioni (Hg_{80}^{199} e Hg_{80}^{201}). La rotazione dei nuclei fermionici attorno a due assi sfalsati di 90° genera due campi (si veda l'Appendice A), uno in direzione x e l'altro in direzione z, che supponiamo di intensità tale da far ruotare gli spin delle particelle. Il positrone si trova più vicino alla sfera rotante attorno all'asse x (sfera H a destra nella Fig. 4-5) che all'altra (V) che ruota attorno all'asse z, mentre per l'elettrone è il contrario.

Se l'intensità dei campi generati dalle sfere è sufficiente, lo spin del positrone si disporrà parallelo all'asse x, quello dell'elettrone all'asse z. Gli spin si disporranno concordi con i campi, perché questa è la posizione di energia minima.

Le direzioni non più antiparallele degli spin impediscono alle particelle di annichilarsi.

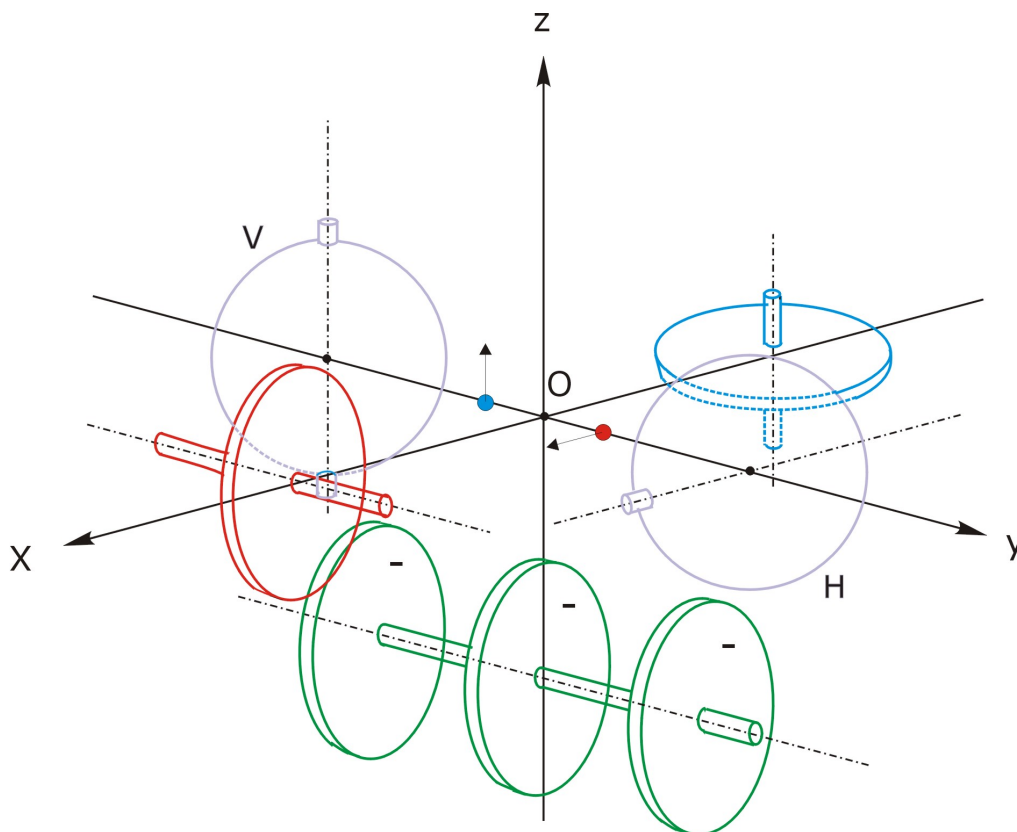


Fig. 4-5

In assenza di corrente al solenoide, per una scelta opportuna delle magnetizzazioni dei magneti all'interno della macchina, sarà presente un campo magnetico B di bassa intensità (attorno ai 10 gauss), contenuto nel piano y - z , che farà un angolo θ molto piccolo con l'asse delle y (si veda la figura qui di seguito). Il campo avrà una componente in y ed una in z (quest'ultima diciamo dell'ordine di qualche gauss). Considerando soltanto il positrone, non si avrà forza di Lorentz dovuta alla componente in y del campo, perché la sua velocità e la componente del campo sono parallele. Si avrà invece una forza di Lorentz in direzione $+x$, a 90° con la velocità e la componente del campo in z ; analogamente accadrà per l'elettrone (come si vede applicando la regola della mano destra). Ci si trova quindi nella situazione della seguente figura, cioè il positrone e l'elettrone si muoveranno in senso inverso in un cerchio giacente sul piano x - y , normale al campo B_z :

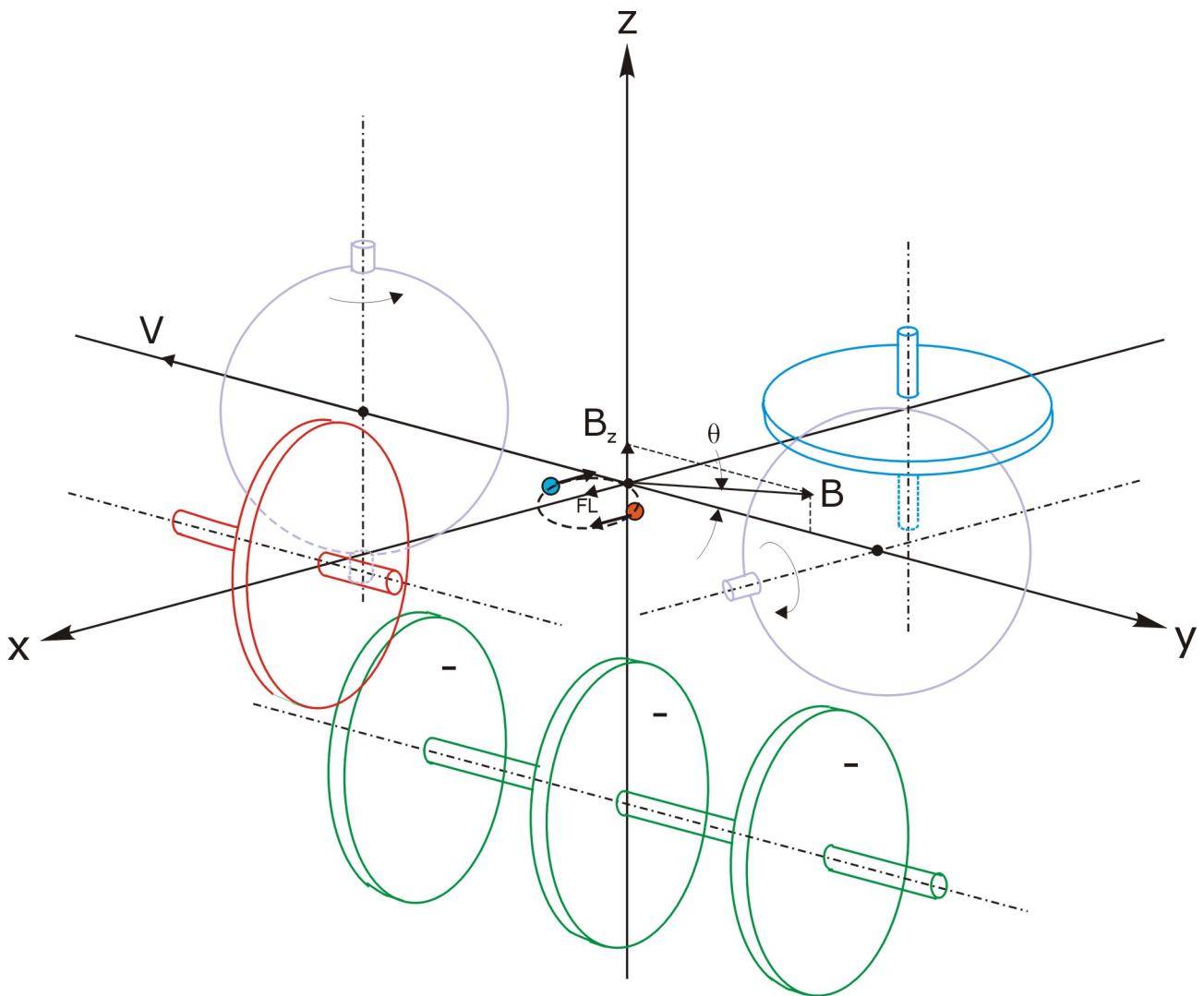


Fig. 4-6

Percorso mezzo cerchio, le due particelle si incontreranno con spin opposti, perché nel luogo di incontro l'influenza delle due sfere è uguale, mentre gli spin si orientano come il campo B_z in due direzioni opposte. Si ha quindi annichilazione e scomparsa delle particelle.

Nel caso in cui le due particelle si originino in un punto diverso dall'origine O, esse si allontaneranno sempre l'una dall'altra, il positrone verso le y positive, l'elettrone verso quelle negative. Poiché lo spin è quantizzato, tutto avviene come sopra e le due particelle si riuniscono in uno stesso punto con spin eguali e opposti e quindi si annichilano.

4.d Rotazione dei dischetti magnetici ed elettrici.

La rotazione dei due dischetti magnetici e dei dischetti elettrizzati controlla la direzione della velocità dei positroni.

Assegniamo il numero 7 al dischetto che ruota attorno ad un asse parallelo all'asse z e 8 all'altro e supponiamo che i versi di rotazione siano quelli indicati nella figura seguente:

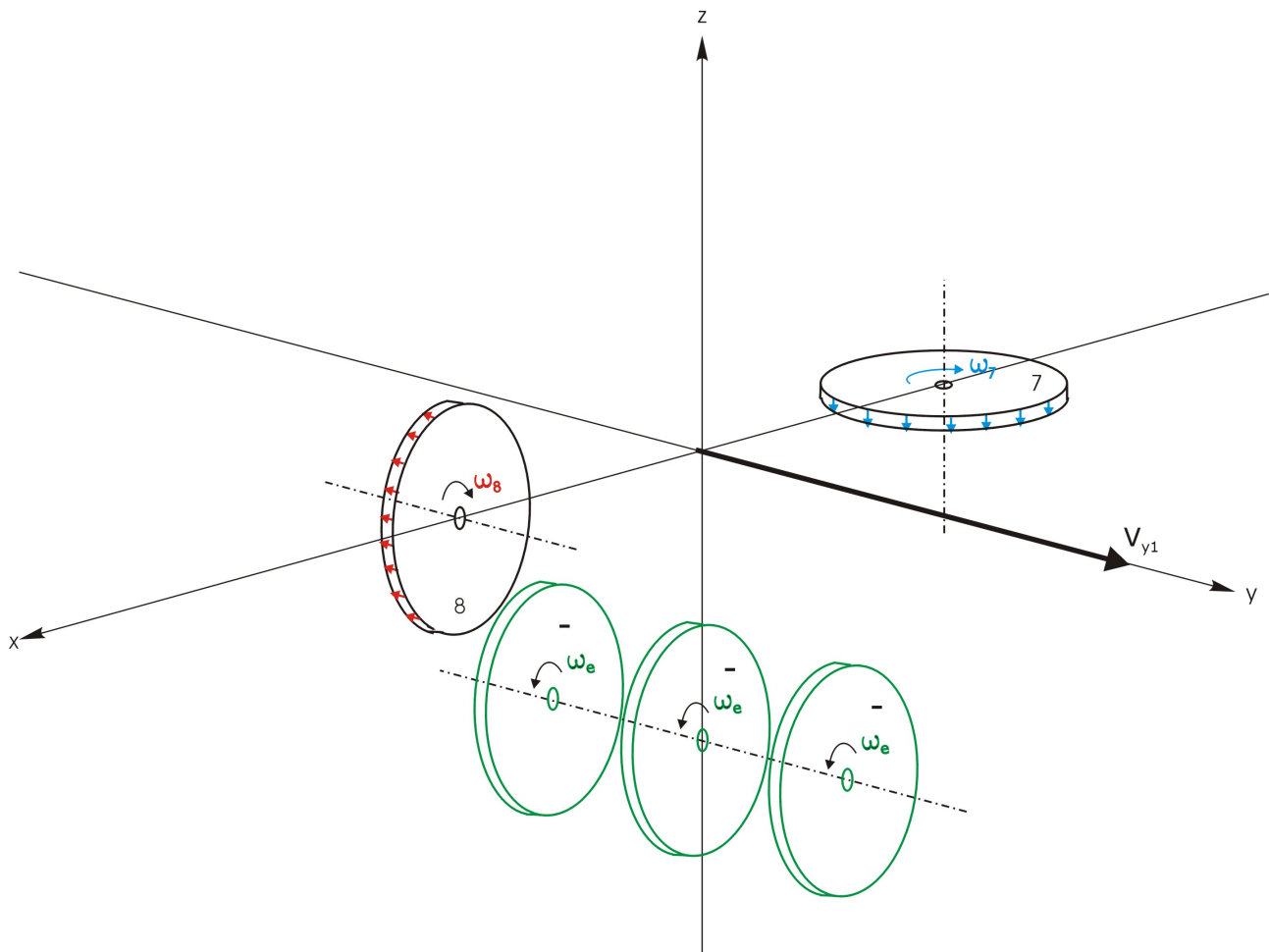


Fig. 4-7

Si consideri ancora l'espressione generale della forza di Lorentz:

$$FL = e \cdot V \cdot B \cdot \sin\theta$$

dove:

- "e" è una costante, pari alla carica del positrone ($1,6 \cdot 10^{-19}$ Coulomb)
- V è il modulo della velocità della particella
- B è il modulo del campo magnetico
- θ è l'angolo compreso tra velocità e campo

Data la geometria della macchina, per una tensione di caricamento dei dischetti ceramici di qualche centinaio di volt, nell'origine si crea un campo elettrico di qualche decina di volt, che imprime al positrone una velocità dell'ordine di qualche migliaio di km/sec. (come si vede eguagliando l'energia cinetica al lavoro elettrico).

D'altro canto, il campo magnetico generabile nell'origine da due magneti permanenti a distanze di 30 mm è dell'ordine di una decina di gauss.

Ne scende che se i due vettori (velocità e campo) fossero al limite anche perpendicolari ($\sin\theta = \sin\theta_{\max} = 1$), la forza di Lorentz a cui sarebbe soggetta la particella sarebbe (esprimendo il campo in Tesla) dell'ordine di $(10^{-19}) \cdot (10^6) \cdot (10 \cdot 10^{-4}) \cdot 1 = 10^{-16}$ Newton.

Se un dischetto ruota tipicamente a 100 giri/' e dista dall'origine 30 mm, la velocità tangenziale è $(2 \cdot \pi \cdot 100/60) \cdot (30 \cdot 10^{-3})$ cioè circa 0,3 m/s. Quindi la forza di Lorentz massima in presenza di un campo da 10 gauss è dell'ordine di $(10^{-19}) \cdot (0,3) \cdot (10 \times 10^{-4}) \cdot 1 = 10^{-22}$ Newton.

In tal caso, sarebbe impossibile influenzare la forza di Lorentz generata dalla grande velocità dovuta al campo elettrico, perché la regolazione inciderebbe solo per un milionesimo circa. Di conseguenza occorre ridurre l'angolo θ a valori molto piccoli, in modo da diminuire molto la forza di Lorentz principale dovuta alla velocità indotta dal campo elettrico ed in tal modo renderla confrontabile con quelle generate dai dischi rotanti.

Si dovranno quindi, come si diceva, scegliere le magnetizzazioni di tutti i magneti presenti nella macchina, in modo che nell'origine sia presente un campo B che faccia un piccolo angolo θ (dell'ordine di un paio di gradi) con l'asse y, come dalla seguente figura:

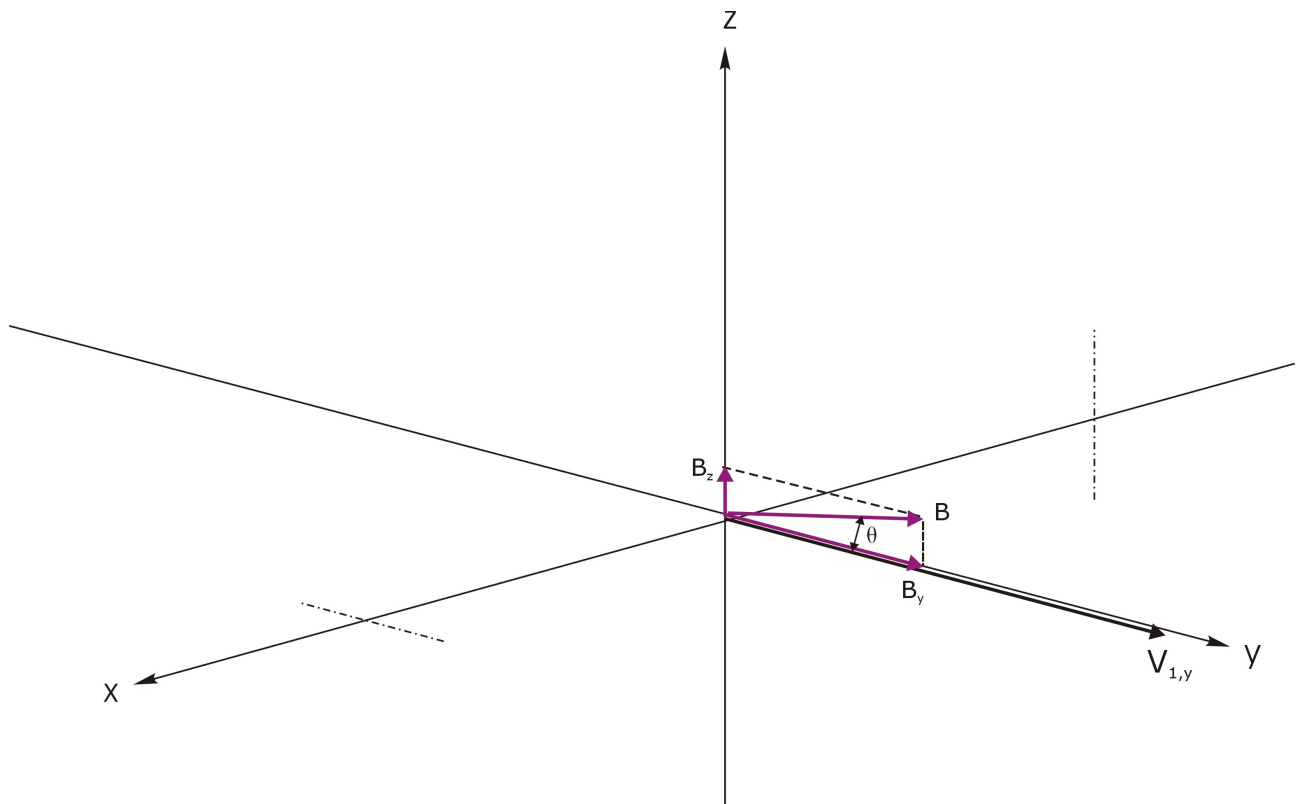


Figura 4-8

(per ragioni di migliore visibilità, nella figura si è esagerato l'angolo θ).

Sarà:

$$4-12) \quad B_z = B \cdot \sin \theta$$

$$4-13) \quad B_y = B \cdot \cos \theta$$

La figura mostra anche la velocità $V_{1,y}$ (dell'ordine di 4.000 km/sec) di un positrone dovuta al campo elettrico generato dai 3 dischetti ceramici carichi elettricamente come in Fig. 4-7.

I diversi elementi (i due dischetti magnetici ed il gruppo dei tre dischetti elettrici) quando ruotano fanno traslare rettilineamente i rispettivi campi. Tutto quindi equivale a campi fermi e a velocità (eguali e contrarie) possedute dai positroni.

Nel seguito mostreremo come l'aggiunta di ciascun elemento faccia possedere ai positroni determinate velocità apparenti.

Immaginando dapprima i dischetti elettrizzati in movimento, la velocità apparente relativa è mostrata nella seguente figura:

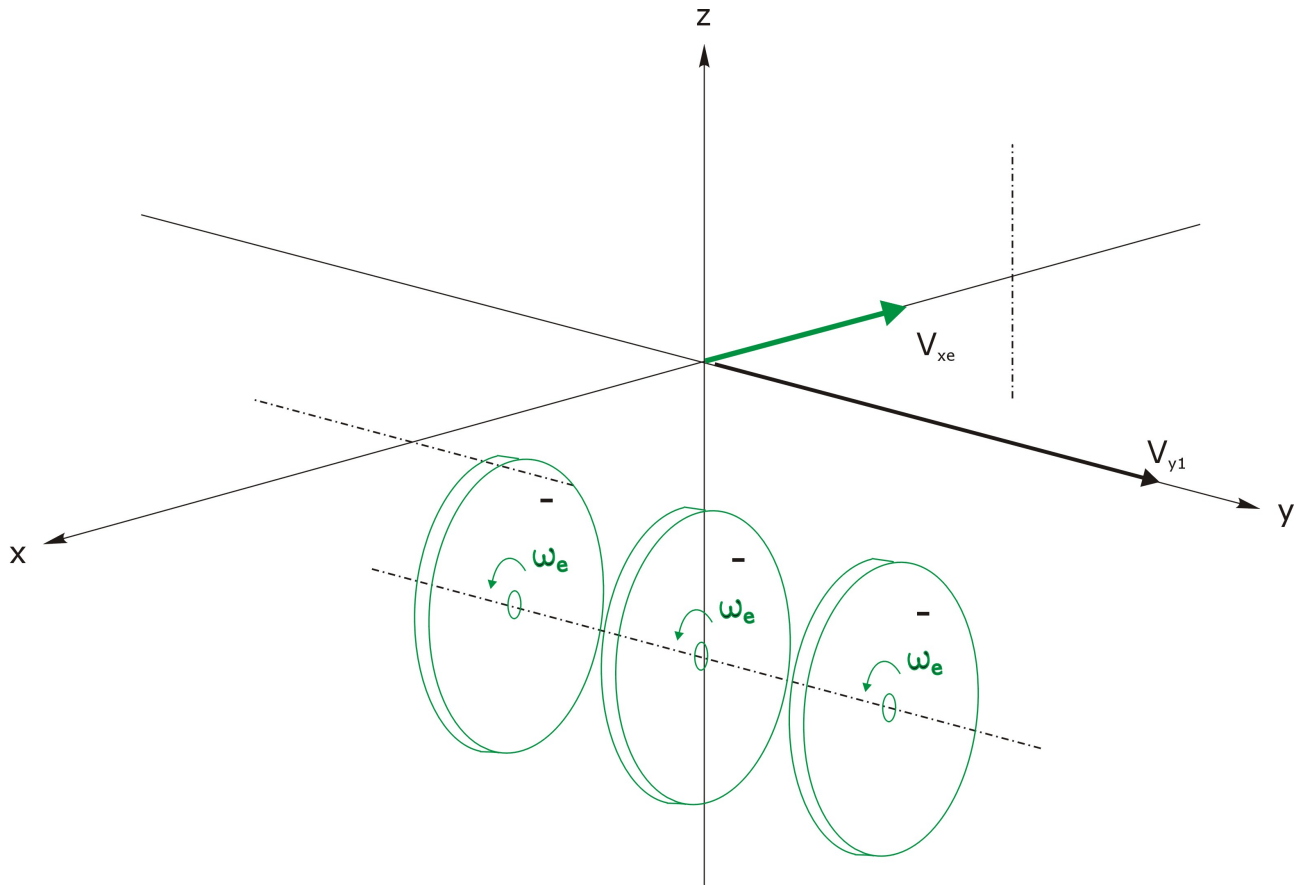


Figura 4-9

Immaginiamo ora in rotazione il dischetto 7: la velocità apparente $V_{7,y}$ in direzione $+y$ è mostrata nella seguente figura:

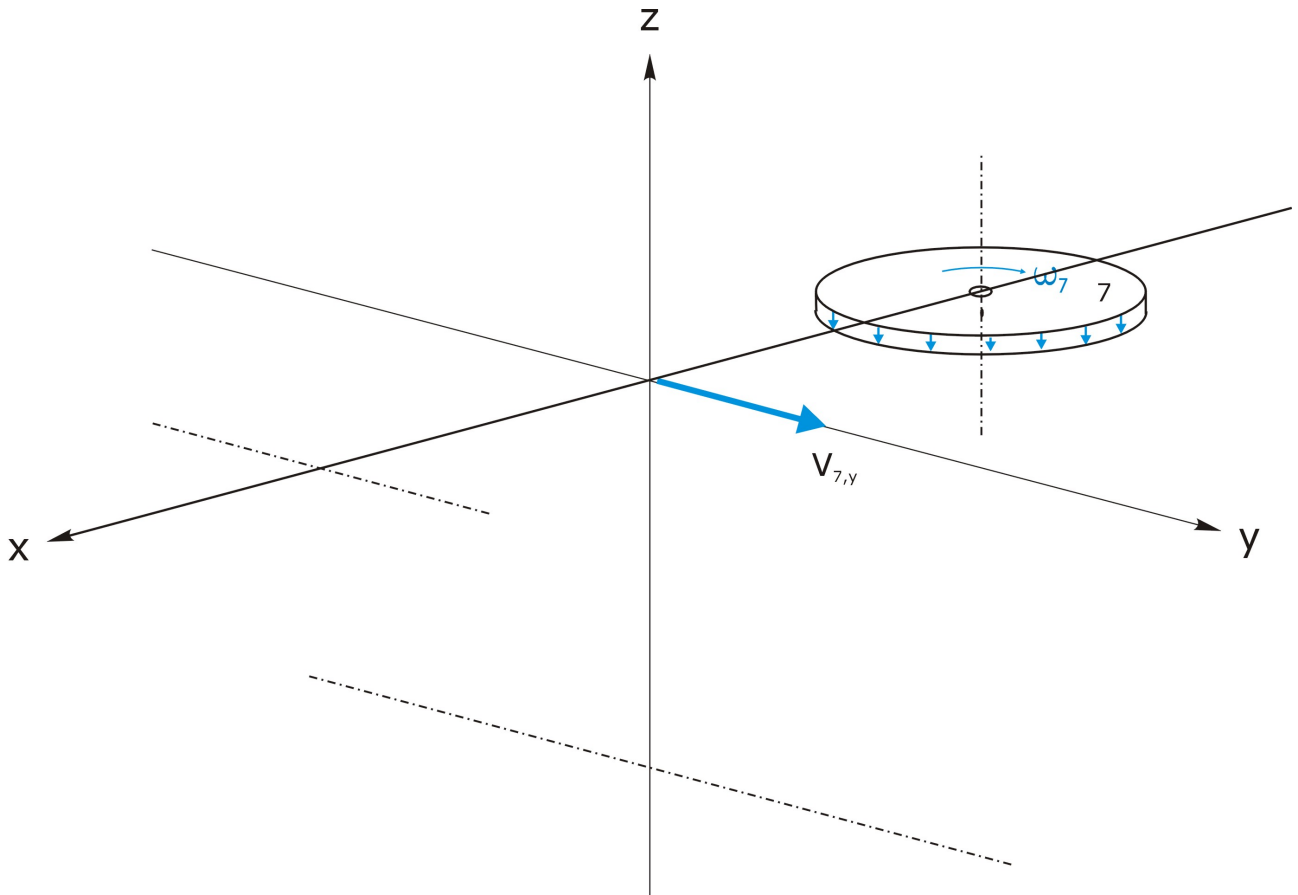


Figura 4-10

L'effetto della presenza del dischetto magnetico 8 in movimento è dato dalla seguente figura:

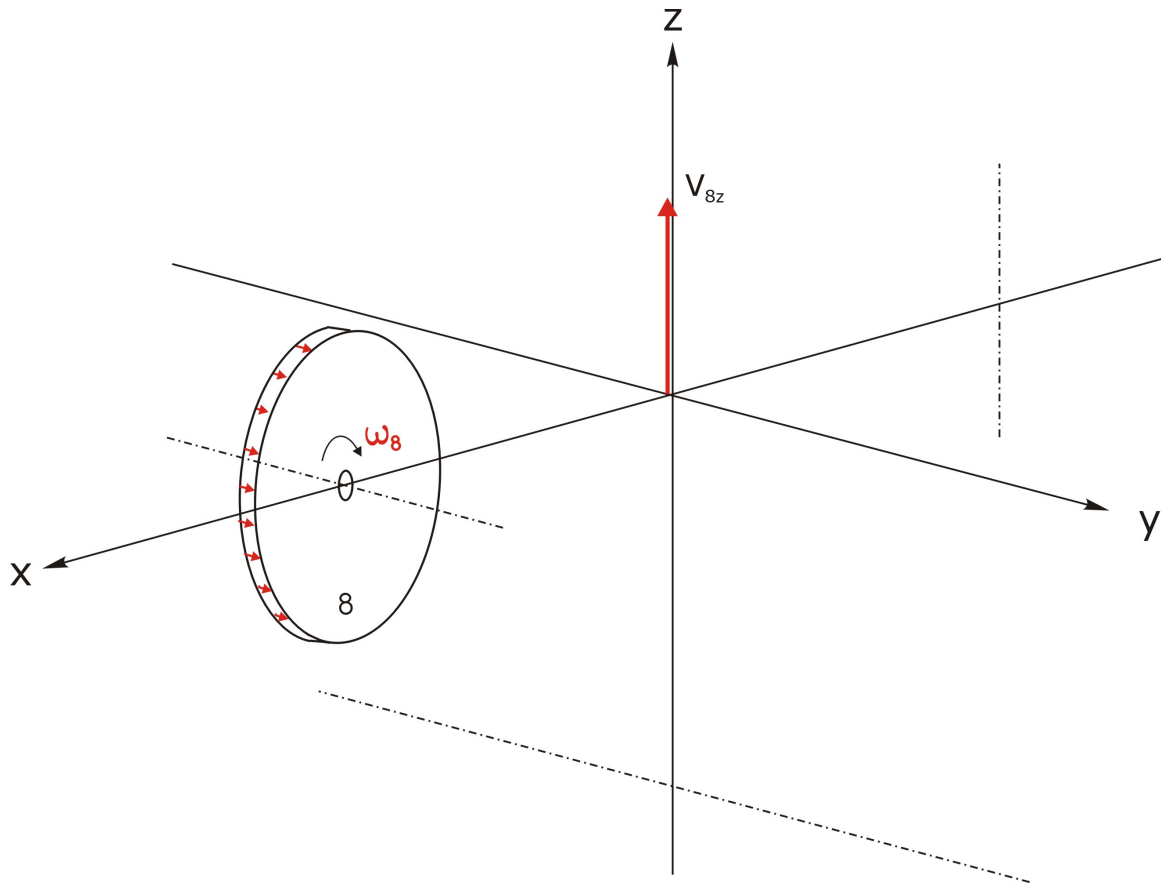


Figura 4-11

La velocità apparente V_{8z} è in direzione $+z$.

La seguente figura riporta contemporaneamente tutti gli elementi e le velocità relative:

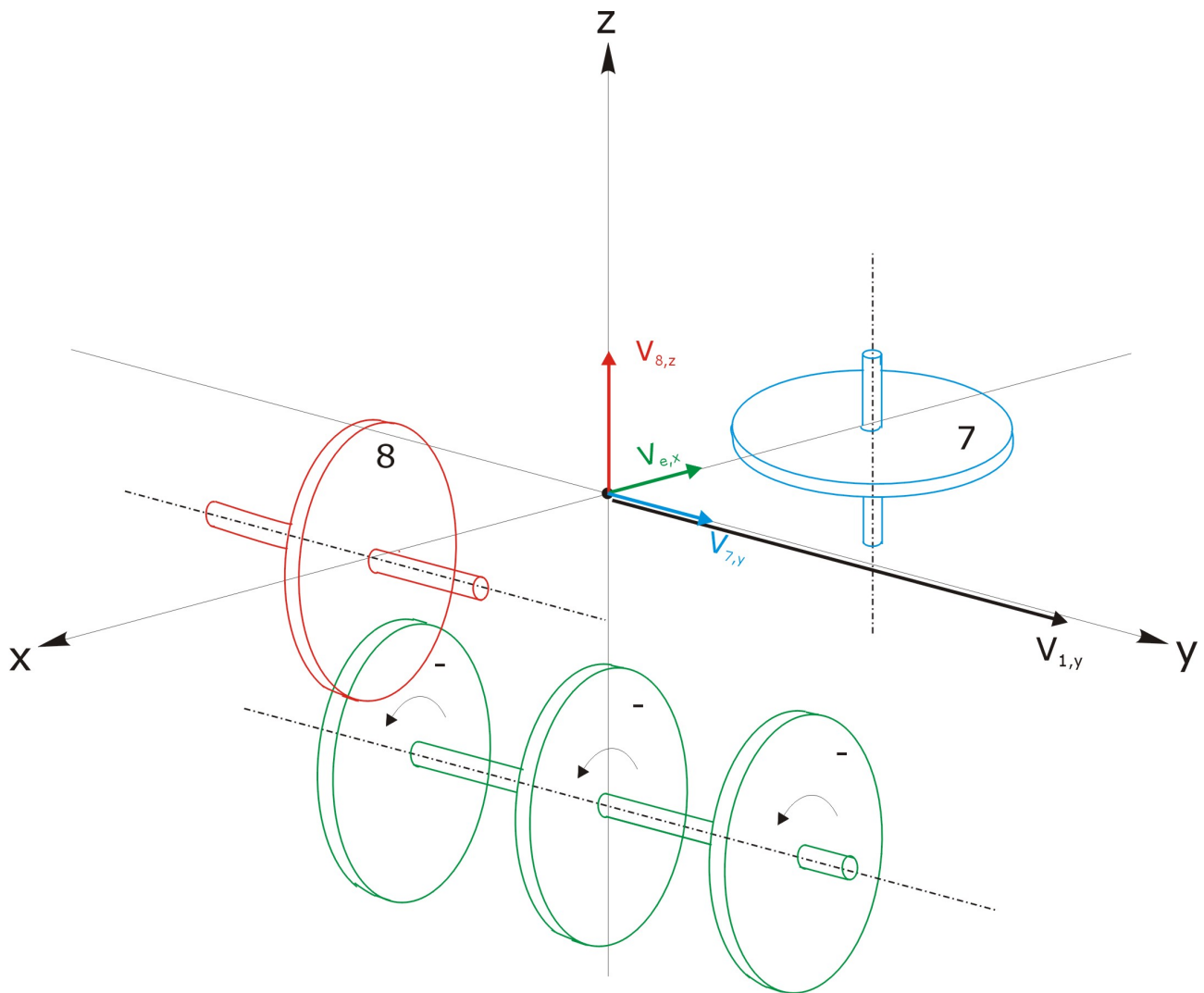


Figura 4-12

Le distanze dei centri degli elementi dall'origine sono:

- dischetti magnetici: mm. 35
- dischetti elettrizzati: mm. 40

Sarà quindi (N_i = no. di giri/" dell'i-esimo elemento – velocità in m/sec)

$$4-14) \quad V_{e,x} = \Delta V_x = \omega_e \cdot 0,040 = 2\pi \cdot \frac{N_e}{60} \cdot 0,040$$

$$4-15) \quad V_{7,y} = \Delta V_y = \omega_7 \cdot 0,035 = 2\pi \cdot \frac{N_7}{60} \cdot 0,035$$

$$4-16) \quad V_{8,z} = \Delta V_z = \omega_8 \cdot 0,035 = 2\pi \cdot \frac{N_8}{60} \cdot 0,035$$

Posto:

$$4-17) \quad N_7 = N_8$$

sarà sempre:

$$4-18) \quad \Delta V_y = \Delta V_z$$

Variando i numeri di giri/'' degli elementi rotanti, è possibile generare terne di velocità ΔV_x , ΔV_y e ΔV_z sempre diverse; le tre velocità si compongono in un vettore risultante ΔV , il cui modulo è:

$$4-19) \quad \Delta V = \sqrt{(\Delta V_x)^2 + (\Delta V_y)^2 + (\Delta V_z)^2}$$

A sua volta, questo vettore si compone con la velocità $V_{1,y}$ determinata dal campo elettrico. La velocità risultante:

$$4-20) \quad \vec{V} = \vec{V}_{1,y} + \Delta \vec{V}$$

è quella che determina il raggio e il passo della spirale percorsa dai positroni attorno al campo B:

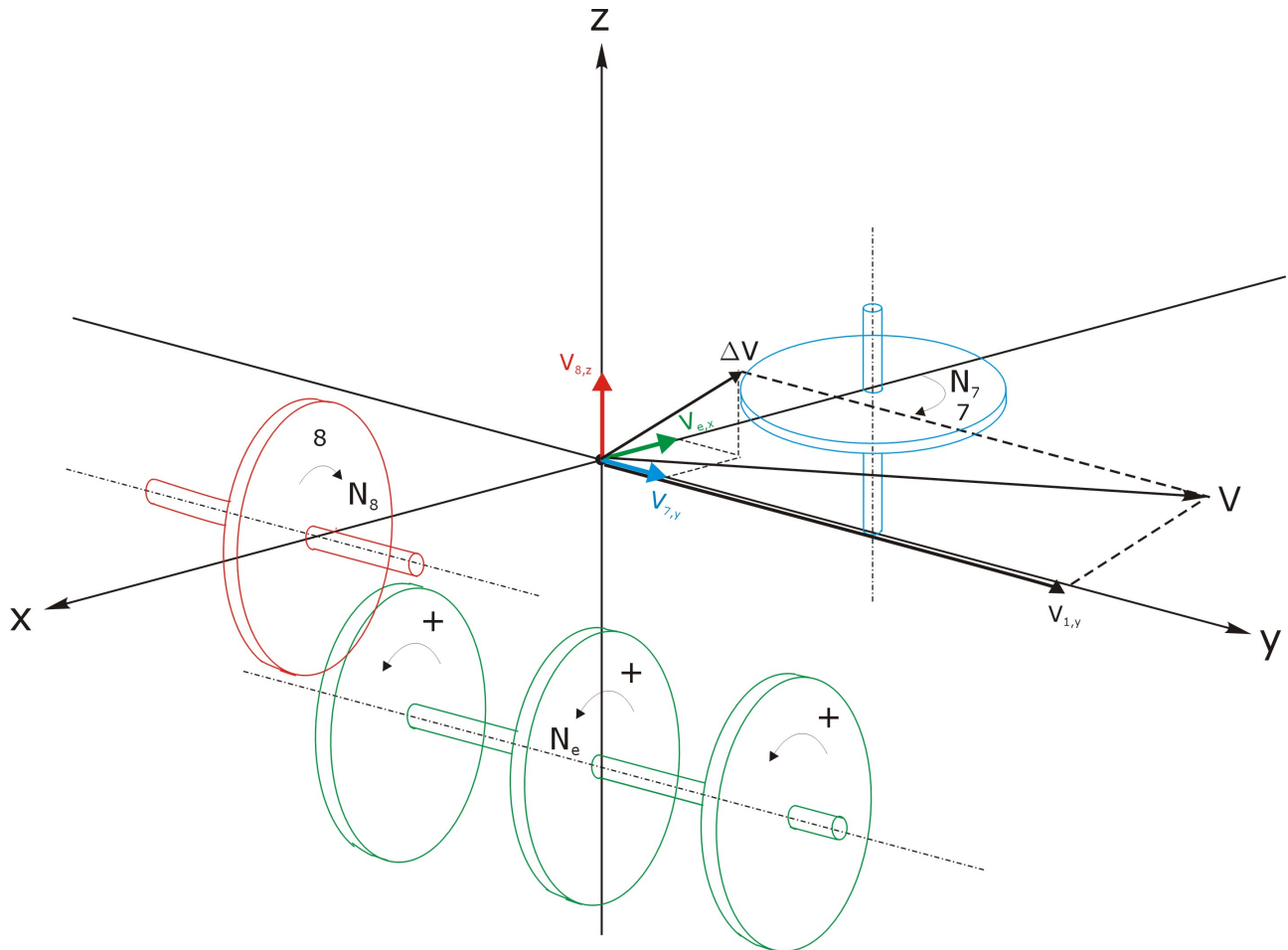


Figura 4-13

(In questa figura, la lunghezza del vettore ΔV è stata molto amplificata per rendere la situazione più chiara).

Risulta così possibile variare il vettore velocità V orientandolo in tutte le direzioni.

Si noti che ad ogni variazione del vettore velocità, le forze di Lorentz agenti sui positroni giacciono sempre sul piano x-z, come si vede da questa figura:

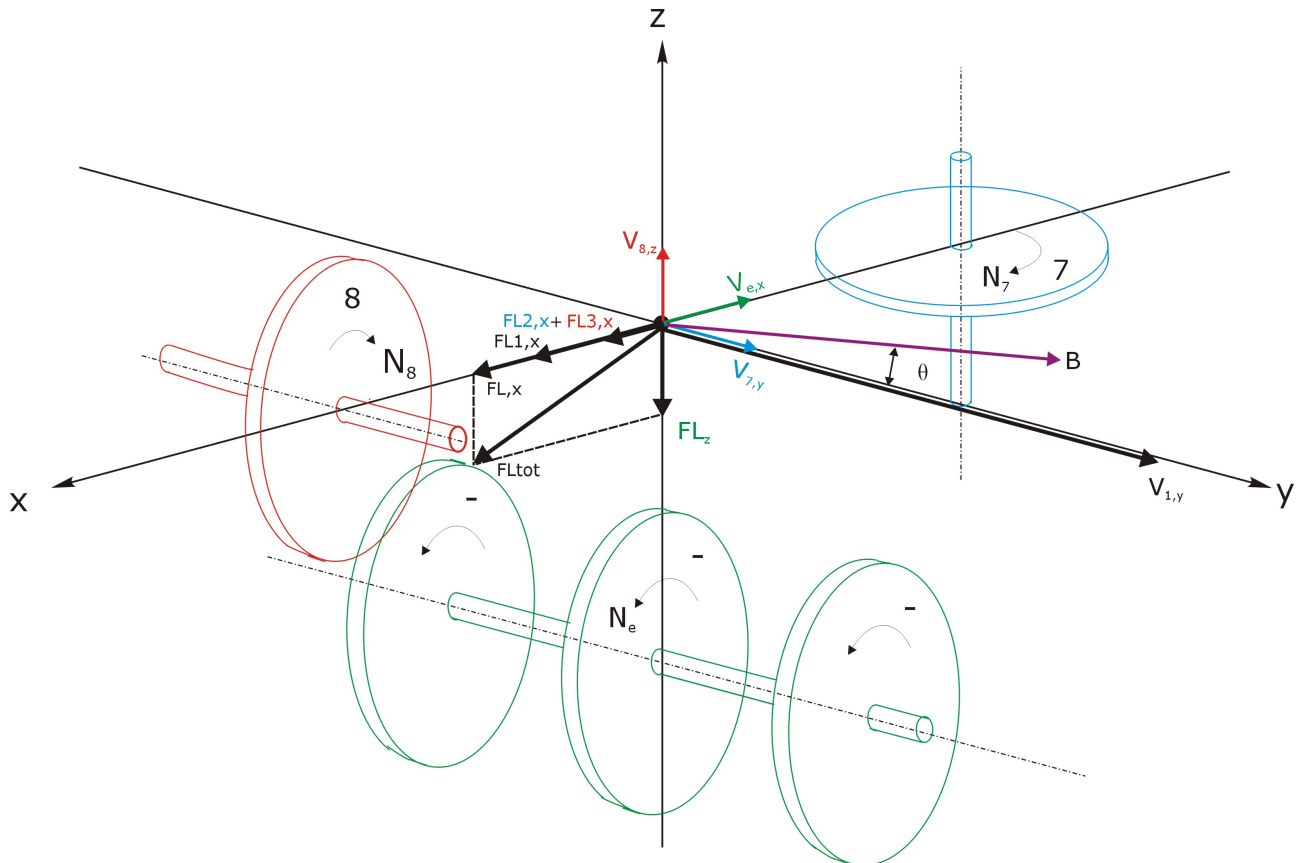


Figura 4-14

Ogni forza è stata indicata con lo stesso colore della velocità che l'ha generata. Il campo è naturalmente sempre lo stesso, cioè B .

*Situazione **prima** dell'attivazione del solenoide:*

Il campo B , determinato dalle magnetizzazioni dei due dischetti, è come mostrato in Fig. 4-14. L'angolo θ tra B e l'asse positivo delle y deve essere molto stretto, per avere una forza di Lorentz FL_{1x} non eccessiva.

Per fissare la componente verticale di B bisogna tener conto della componente verticale del campo magnetico terrestre, ca. 0,5 gauss:

Calcolo della configurazione elettromagnetica

- intensità del campo terrestre $B_T = 0,6$ gauss
- inclinazione $i = 60^\circ$
- componente verticale $B_{TV} = 0,6 \cos(90^\circ - 60^\circ) = \text{circa } 0,5$ gauss

Per semplificare la situazione, si può supporre, come si diceva, che sia sempre:

$$\omega_7 = \omega_8$$

Dalla Figura 4-13 si vede che la velocità esplora punti del 1° quadrante.

Invertendo contemporaneamente i due versi di rotazione dei dischetti magnetici (e supponendo che resti invariato il verso dei dischetti elettrizzati), la velocità esplorerà punti del 3° quadrante.

Per quanto riguarda la traiettoria delle due particelle, si veda la Figura 4-6.

Situazione **dopo** l'attivazione del solenoide:

Attivando il solenoide, il campo magnetico aumenta fortemente di intensità (da poche decine a un migliaio di gauss) e la sua direzione ruota verso l'asse z (asse del solenoide).

Il campo magnetico risultante in generale *non* coinciderà con l'asse z , ma sarà molto vicino a questo asse (angolo θ'):

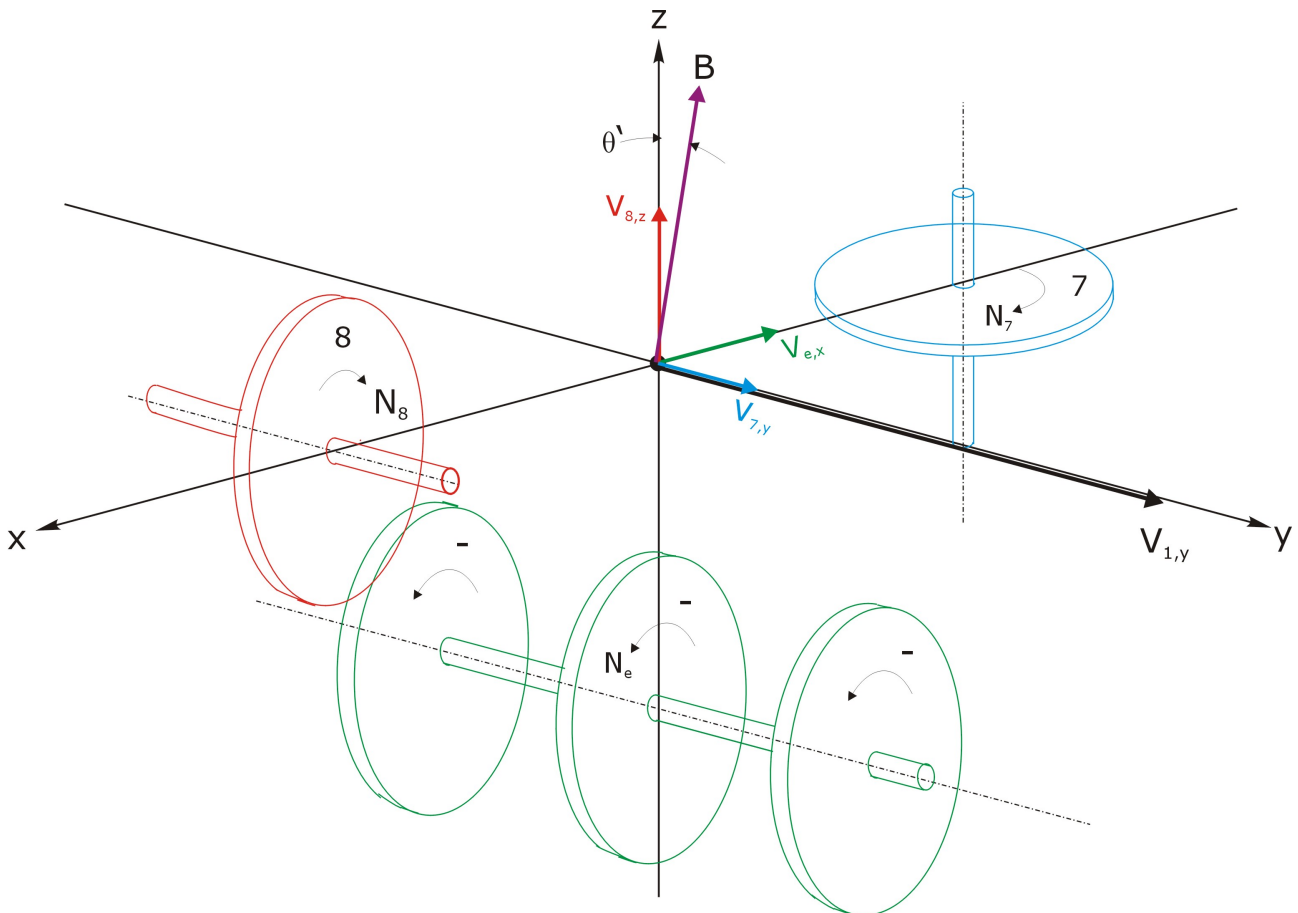


Figura 4-15

E' importante tener presente che *i vettori velocità delle particelle non cambiano* in seguito all'attivazione del solenoide. Di conseguenza, le velocità stabilite precedentemente determinano la traiettoria attorno al nuovo campo, che, per i positroni, sarà una spirale sinistrogira che si avvolge verso l'alto.

In altre parole, prima dell'attivazione del solenoide, variando le velocità di rotazione dei dischetti si può modificare (di pochissimo) la velocità principale dei positroni, ma invece molto di più le forze di Lorentz agenti sulle particelle (a causa del piccolo angolo tra velocità e campo).

Quando si attiva il solenoide, il campo aumenta improvvisamente, *mentre le velocità rimangono quelle che erano prima dell'attivazione*. In tal modo si possono variare i parametri della traiettoria dei positroni attorno al nuovo campo (in particolare il passo), preparandoli prima dell'attivazione.

La velocità angolare (velocità di sincrotrone) dipende solo dall'intensità del campo e quindi è funzione solo della corrente che percorre il solenoide.

5. Calcolo delle magnetizzazioni dei magneti permanenti.

5.a I parametri del campo magnetico principale.

I parametri che caratterizzano il campo magnetico principale sono:

1. La corrente I nei due circuiti elettrici (solenoidi ed estrattore).
2. Le induzioni residue e le forze coercitive dei sette magneti permanenti. Come si vedrà più avanti (paragrafo 5.c.1), nei magneti moderni al Fe-Nd-B l'induzione residua determina univocamente la forza coercitiva, quindi i parametri incogniti sono 7 e non 14.

5.b I due circuiti elettrici: solenoide ed estrattore.

Si consideri inizialmente soltanto il solenoide (circuito n. 1) e sia I la corrente che lo percorre.

In un punto P qualsiasi della macchina, il campo magnetico B_1^P generato dal circuito 1 sarà proporzionale a I , cioè sarà:

$$5-1) \quad B_1^P = k_1^P \cdot I$$

con k_1^P costante di proporzionalità.

Posto:

$$5-2) \quad I = 50 \text{ A}$$

con un opportuno algoritmo si trovano le $B_{1,i}^{0,P}$ ($i=x,y,z$), cioè le tre componenti di B in P quando nel solenoide scorre una corrente "standard" di 50 A

(indichiamo col suffisso "0" che si tratta di un campo generato da una corrente standard).

Supponiamo ora che la macchina funzioni correttamente (per il significato di questa espressione, si veda più oltre) e sia I la corrente in questo caso.

Sarà evidentemente, per la (5-1):

$$\begin{aligned} 5-3) \quad B_{1,i}^P &= B_{1,i}^{0,P} \cdot \frac{I}{50} = \left(\frac{B_{1,i}^{0,P}}{50} \right) \cdot I \\ (i=x,y,z) \end{aligned}$$

Per il circuito della guida (n. 6), si può ripetere il ragionamento e si ottiene, con ovvio significato dei simboli:

$$\begin{aligned} 5-4) \quad B_{6,i}^P &= B_{6,i}^{0,P} \cdot \frac{I}{50} = \left(\frac{B_{6,i}^{0,P}}{50} \right) \cdot I \\ (i=x,y,z) \end{aligned}$$

Perciò le componenti in P del campo dovuto ai due circuiti elettrici in serie saranno:

$$5-5) \quad B_{\text{tot},i}^{\text{circ.el.,P}} = B_{1,i}^P + B_{6,i}^P = \left(\frac{B_{1,i}^{0,P}}{50} \right) \cdot I + \left(\frac{B_{6,i}^{0,P}}{50} \right) \cdot I = \left(\frac{B_{1,i}^{0,P}}{50} + \frac{B_{6,i}^{0,P}}{50} \right) \cdot I \quad (i=x,y,z)$$

5.c I sette magneti permanenti 2, 3, 4, 5, 7, 8 e 9.

5.c.1 Forza coercitiva e campo sono funzioni lineari dell'induzione residua.

Consideriamo un magnete al Fe-Nd-B, oppure costituito da polveri di Ferro-Neodimio in matrice di nylon.

Le sue curve di smagnetizzazione sono date dalla seguente Fig. 5-1:

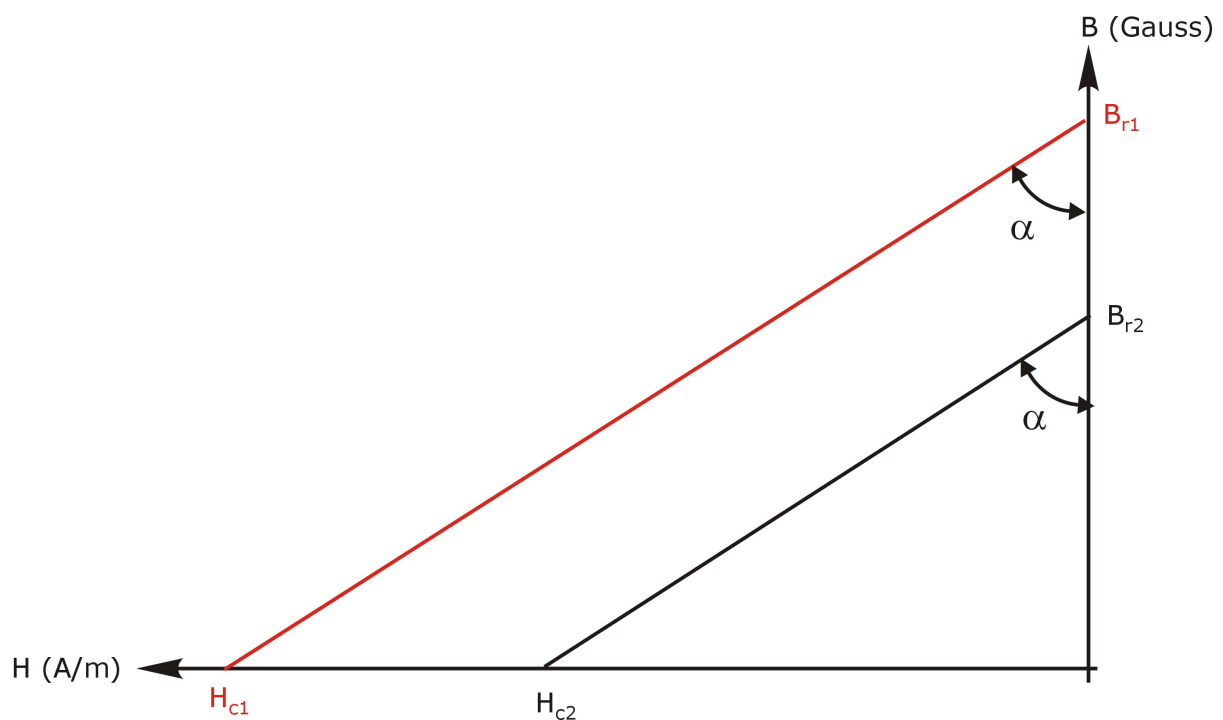


Fig. 5-1

Per i magneti cinesi 40x28x2, ad esempio, si ha:

$$\begin{aligned} B_{r\max} = B_{r1} &= 7.120 \text{ gauss} \\ H_{c\max} = H_{c1} &= - 433.000 \text{ Asp/m} \end{aligned}$$

La retta $B_{r1} - H_{c1}$ ha una inclinazione α che dipende solo dal materiale di cui è fatto il magnete. Di conseguenza, se il magnete viene smagnetizzato finché la

sua induzione residua diventa B_{r2} ($< B_{r1}$), la forza coercitiva assume il valore H_{c2} determinato dall'incontro con l'asse delle ascisse della parallela alla retta precedente passante per B_{r2} .

Ciò comporta che se B_1^P è l'induzione in un punto P dello spazio, determinata da un magnete avente induzione residua B_{r1} , quando il medesimo magnete viene smagnetizzato così che la sua induzione residua diventa $B_{r2} < B_{r1}$, anche B_1^P diminuisce proporzionalmente, fino a raggiungere il valore B_2^P dato da:

$$5-6) \quad B_2^P = \left(\frac{B_{r2}}{B_{r1}} \right) \cdot B_1^P$$

(Questo è diventato possibile con i magneti moderni al Fe-Nd e al Fe-Nd-B. Con i magneti precedenti, la caratteristica di smagnetizzazione non era una retta, ma una curva e quindi la (5-6) era più complicata).

Di conseguenza:

- 1°) se l'induzione residua di un magnete viene ridotta, anche la forza coercitiva si riduce in proporzione. Pertanto la forza coercitiva non è un parametro indipendente, ma è direttamente proporzionale all'induzione residua.
- 2°) riducendo l'induzione residua, tutti i valori del campo attorno al magnete si riducono anch'essi nella stessa proporzione.

Quindi: sia forza coercitiva che campo sono *funzioni lineari* dell'induzione residua.

5.c.2 I campi standard

Nella macchina, si hanno sette magneti permanenti, che abbiamo numerato 2, 3, 4, 5, 7, 8 e 9.

Prendiamo in considerazione un magnete qualsiasi tra questi, per esempio il n. 3 e supponiamo che sia costituito da polveri di Fe-Nd disperse in matrice di nylon.

Ciò significa che:

$$\begin{aligned}B_{r\max,3} &= 7.120 \text{ gauss} \\ H_{c\max,3} &= -433.000 \text{ Asp/m}\end{aligned}$$

Supponiamo di smagnetizzare il magnete, finché l'induzione residua raggiunga il valore:

$$5-7) \quad B_{r,3}^0 = 1.000 \text{ gauss}$$

La forza coercitiva diminuirà anch'essa in proporzione fino a raggiungere il valore:

$$5-8) \quad H_{c,3}^0 = \frac{1.000}{7.120} \cdot (-433.000) = -60.815 \text{ Asp/m}$$

Inoltre tutti i valori dell'induzione magnetica in ogni punto P dello spazio attorno al magnete, generati dal magnete 3 [avente $(B_{r,3}^0, H_{c,3}^0)$], risultano diminuiti in proporzione rispetto al valore che avevano quando l'induzione residua del magnete era al suo massimo di 7.120 gauss. Inserendo nell'algoritmo:

- l'induzione di riferimento ($B_{r,3}^0 = 1.000 \text{ gauss}$),
- la forza coercitiva corrispondente ($H_{c,3}^0 = -60.815 \text{ Asp/m}$)
- le coordinate del punto P che si sta considerando,

si può ottenere il campo B_3^0 generato dal magnete 3 *in condizioni standard* e le sue tre componenti secondo x, y e z: $B_{3,x}^0, B_{3,y}^0, B_{3,z}^0$.

Si ripete quindi il procedimento per gli altri magneti 2, 4, 5, 7 e 8 e si ottengono i valori dei campi generati da ciascun magnete sempre nel punto P; ed anche le tre componenti per ogni campo.

Chiamiamo tutti questi campi: "campi standard".

5.c.3 I parametri k_i dei magneti permanenti.

Immaginiamo ora che la macchina funzioni correttamente (si veda più oltre per il significato di questa espressione): i sette magneti permanenti saranno caricati ognuno con una certa induzione residua $B_{r,i}$ ($i=2,3,4,5,7,8,9$) (e corrispondentemente con una certa forza coercitiva $H_{c,1}$).

Si possono allora definire 7 numeri reali positivi:

$$k_2, k_3, k_4, k_5, k_7, k_8, k_9$$

tali che:

- moltiplicando k_2 per l'induzione residua standard del magnete 2 (cioè per $B_{r2}^0 = 1.000$ gauss);
- moltiplicando k_3 per l'induzione residua standard del magnete 3 (cioè per $B_{r3}^0 = 1.000$ gauss),

eccetera,

si ottengono le induzioni residue $B_{r,i}$ ($i=2,3,4,5,7,8,9$) da assegnare ai magneti necessarie al corretto funzionamento della macchina. In altre parole, ogni k_i è il rapporto tra l'induzione residua del magnete i -esimo quando la macchina funziona correttamente, e l'induzione residua di riferimento, pari a 1.000 gauss.

Si pone perciò:

$$5-9) \quad k_2 = \frac{B_{r2}}{B_{r2}^0} = \frac{B_{r2}}{1.000}$$

$$5-10) \quad k_3 = \frac{B_{r3}}{B_{r3}^0} = \frac{B_{r3}}{1.000}$$

$$5-11) \quad k_4 = \frac{B_{r4}}{B_{r4}^0} = \frac{B_{r4}}{1.000}$$

$$5-12) \quad k_5 = \frac{B_{r5}}{B_{r5}^0} = \frac{B_{r5}}{1.000}$$

$$5-13) \quad k_7 = \frac{B_{r7}}{B_{r7}^0} = \frac{B_{r7}}{1.000}$$

$$5-14) \quad k_8 = \frac{B_{r8}}{B_{r8}^0} = \frac{B_{r8}}{1.000}$$

$$5-15) \quad k_9 = \frac{B_{r9}}{B_{r9}^0} = \frac{B_{r9}}{1.000}$$

Se ipotizziamo che i magneti 7 e 8 siano costituiti da polveri di Fe-Nd-B in matrice di nylon, allora dovrà essere:

$$5-16) \quad 0 \leq k_i \leq 7,12 \quad (i=7,8)$$

con $B_r = 1.000$ gauss e $H_c = -60.815$ Asp/m.

Ipotizzando che i magneti 2, 3, 4 e 5 siano di Fe-Nd-B sinterizzato con prodotto di energia pari a 35 MGO, allora sarà:

$$5-17) \quad 0 \leq k_i \leq 13$$

con $B_r = 1.000$ gauss e $H_c = -76.593$ Asp/m.

Se il magnete 9 è di plastoferrite, porremo:

$$5-18) \quad 0 \leq k_9 \leq 3$$

con $B_r = 1.000$ gauss e $H_c = -75.900$ Asp/m.

Per la (5-6), il campo che dovrà essere generato, per esempio dal magnete 2, per un corretto funzionamento sarà:

$$5-19) \quad B_{2,x}^P = \frac{B_{2x}^{0,P}}{B_{r2}^0} \cdot B_{r2} = B_{2x}^{0,P} \cdot \frac{B_{r2}}{1.000} = B_{2x}^{0,P} \cdot k_2$$

ed analogamente per le altre due componenti in y e z.

In P si possono scrivere allora le tre equazioni seguenti:

$$5-20) \quad B_{\text{tot},i}^{\text{mp},P} = k_2 \cdot B_{2,i}^{0,P} + k_3 \cdot B_{3,i}^{0,P} + k_4 \cdot B_{4,i}^{0,P} + k_5 \cdot B_{5,i}^{0,P} + k_7 \cdot B_{7,i}^{0,P} + k_8 \cdot B_{8,i}^{0,P} + k_9 \cdot B_{9,i}^{0,P}$$

(essendo i l'asse generico tra x, y e z).

Nella (5-20) il suffisso "mp" significa che si tratta dei campi generati dai magneti permanenti.

In un punto P qualsiasi, l'induzione totale si trova sommando il contributo (5-5) dovuto ai circuiti elettrici al contributo (5-20) dovuto ai magneti permanenti:

5-22)

$$B_{\text{tot}} = B_{\text{tot},i}^{\text{circ.el.},P} + B_{\text{tot},i}^{\text{mp},P} = \left(\frac{B_{1,i}^{0,P}}{50} + \frac{B_{6,i}^{0,P}}{50} \right) \cdot I + k_2 \cdot B_{2,i}^{0,P} + k_3 \cdot B_{3,i}^{0,P} + k_4 \cdot B_{4,i}^{0,P} + k_5 \cdot B_{5,i}^{0,P} + k_7 \cdot B_{7,i}^{0,P} + k_8 \cdot B_{8,i}^{0,P} + k_9 \cdot B_{9,i}^{0,P}$$

I positroni devono muoversi all'interno della macchina percorrendo determinate traiettorie. Occorre di conseguenza che i campi abbiano in certi punti determinati valori. Questi valori saranno i termini noti delle equazioni (5-22) in quei punti. Le incognite sono $k_2, k_3, k_4, k_5, k_7, k_8$ e k_9 ; i coefficienti delle incognite, cioè i campi standard, si trovano con un opportuno algoritmo di calcolo.

Pertanto si può costruire un sistema di equazioni, risolvendo il quale si troveranno i valori di I e delle k , in corrispondenza dei quali i campi assumono i valori necessari per avere le traiettorie volute.

Questo è il significato dell'espressione "corretto funzionamento".

5.d Induzione totale.

Considerato un punto P qualunque all'interno della macchina, le tre componenti dell'induzione totale date dall'equazione (5-22), sono:

5-23)

$$B_x^P = B_{\text{tot},x}^{\text{circ.el},P} + B_{\text{tot},x}^{\text{mp},P} = \left(\frac{B_{1,x}^{0,P}}{50} + \frac{B_{6,x}^{0,P}}{50} \right) \cdot I + k_2 \cdot B_{2,x}^{0,P} + k_3 \cdot B_{3,x}^{0,P} + k_4 \cdot B_{4,x}^{0,P} + k_5 \cdot B_{5,x}^{0,P} + k_7 \cdot B_{7,x}^{0,P} + k_8 \cdot B_{8,x}^{0,P} + k_9 \cdot B_{9,x}^{0,P}$$

5-24)

$$B_y^P = B_{\text{tot},y}^{\text{circ.el},P} + B_{\text{tot},y}^{\text{mp},P} = \left(\frac{B_{1,y}^{0,P}}{50} + \frac{B_{6,y}^{0,P}}{50} \right) \cdot I + k_2 \cdot B_{2,y}^{0,P} + k_3 \cdot B_{3,y}^{0,P} + k_4 \cdot B_{4,y}^{0,P} + k_5 \cdot B_{5,y}^{0,P} + k_7 \cdot B_{7,y}^{0,P} + k_8 \cdot B_{8,y}^{0,P} + k_9 \cdot B_{9,y}^{0,P}$$

5-25)

$$B_z^P = B_{\text{tot},z}^{\text{circ.el},P} + B_{\text{tot},z}^{\text{mp},P} = \left(\frac{B_{1,z}^{0,P}}{50} + \frac{B_{6,z}^{0,P}}{50} \right) \cdot I + k_2 \cdot B_{2,z}^{0,P} + k_3 \cdot B_{3,z}^{0,P} + k_4 \cdot B_{4,z}^{0,P} + k_5 \cdot B_{5,z}^{0,P} + k_7 \cdot B_{7,z}^{0,P} + k_8 \cdot B_{8,z}^{0,P} + k_9 \cdot B_{9,z}^{0,P}$$

Sarà quindi di conseguenza:

5-26)

$$B^P = \sqrt{(B_x^P)^2 + (B_y^P)^2 + (B_z^P)^2}$$

5.e Campi per avere determinate traiettorie.

Si possono imporre le seguenti condizioni:

- a. Prima dell'attivazione del solenoide, cioè per $I=0$, imponiamo che la componente in x del campo nell'origine delle coordinate $O(0,0,0)$ sia nulla:

$$5-27) \quad B_x^0 \Big|_{I=0} = 0$$

- b. Analogamente, prima dell'attivazione, il campo magnetico nell'origine deve fare un angolo piccolo ($\leq 2,5^\circ$) con l'asse della velocità (cioè l'asse y):

$$5-28) \quad \arccos\left(\frac{B_y^0 \Big|_{I=0}}{B^0 \Big|_{I=0}}\right) = 2,5^\circ$$

- c. Dopo l'attivazione del solenoide, cioè per $I \neq 0$, poniamo l'angolo β tra il campo magnetico e l'asse y pari a $89,5^\circ$ (valori più bassi di questo angolo rendono il sistema irrisolvibile):

$$5-29) \quad \arccos\left(\frac{B_z^0}{B^0}\right) = 89,5^\circ$$

(si è omessa l'indicazione $I \neq 0$, che nel seguito si dà per scontata)

- d. I positroni si avvolgeranno a spirale attorno al campo magnetico e quindi usciranno dal solenoide nel punto $P(0,0.26,30)$ (0.26 mm. è il tratto in y percorso dalla spirale inclinata di $89,5^\circ$ mentre la particella sale di 30 mm). Nel punto P, il campo magnetico deve avere angolo $\gamma = 89,5^\circ$ per non avere discontinuità di traiettoria:

$$5-30) \quad \arccos\left(\frac{B_z^P}{B^P}\right) = 89,5^\circ$$

- e. Consideriamo il punto $C(0,15.^{26},45)$ all'ingresso della guida. Per C passa un unico (quarto di) cerchio giacente nel piano (x,z) e avente raggio di 15 mm. Sia $M(0,4.^{653},40.^{607})$ il punto medio di tale quarto di cerchio.

In M deve essere:

$$5-31) \quad \arccos\left(\frac{B_y^M}{B^M}\right) = \arccos\left(\frac{B_z^M}{B^M}\right) = 45^\circ$$

dovendo il campo in M essere tangente al quarto di cerchio.

- f. Porremo inoltre:

$$5-32) \quad \arccos\left(\frac{B_x^M}{B^M}\right) = 90^\circ$$

per fare in modo che il moto della particella avvenga soltanto nel piano (yz).

- g. La creazione delle coppie elettrone-positrone avviene dappertutto nello spazio. Quando si caricano elettricamente i dischetti ceramici, si crea un campo elettrico nello spazio tutto attorno ad essi e si avrà quindi un flusso di positroni verso la direzione positiva delle y ed un flusso contrario di elettroni nella direzione negativa. Attivando il solenoide, i positroni si avviteranno a spirale lungo le linee di forza del campo, con velocità verso l'alto diverse a seconda del loro punto di origine.

Giunti nello spazio cubico compreso tra i quattro magneti, i positroni dovranno curvare ed entrare nella guida (condizioni c. e d. di cui sopra), giungendo fino ai punti, come C, all'ingresso della guida stessa.

Bisogna quindi fare in modo che in C il campo magnetico sia diretto il più possibile secondo y, il che significa rendere minime le componenti in x e in z:

$$5.32) \quad B_x^C = \min.$$

$$5.33) \quad B_z^C = \min.$$

5f. Procedura di calcolo.

Si consideri la seguente Fig. (5-2), che indica i passi necessari al calcolo dei campi standard.

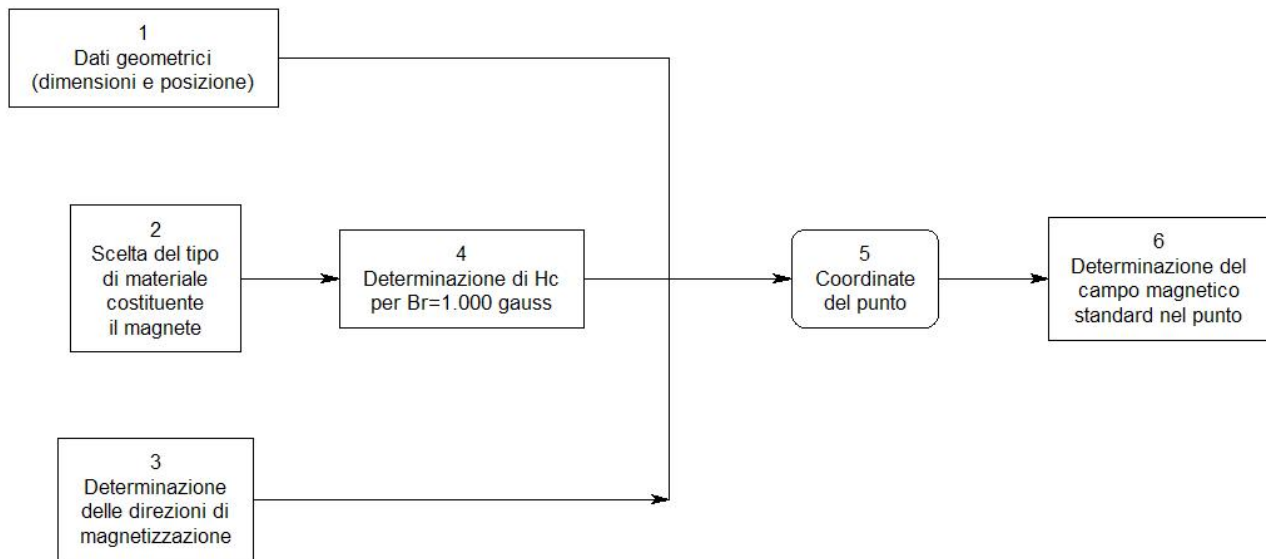


Fig. 5-2

Si parte dai dati geometrici (dimensioni e posizione) del magnete (passo 1). Si sceglie il tipo di materiale che deve costituirlo (passo 2), in funzione delle caratteristiche magnetiche che deve avere, della eventuale necessità di lavorazioni meccaniche, ecc. In conseguenza, si determina la forza coercitiva H_c che avrà il magnete quando la sua induzione residua B_r ha il valore di 1.000 gauss (condizioni standard). Si fissa (passo 3) la direzione e verso di magnetizzazione.

In base alle coordinate di un punto nello spazio attorno al magnete (passo 5), con un opportuno algoritmo si determinano le tre componenti (secondo tre assi cartesiani) del campo in quel punto (passo 6).

Per i circuiti elettromagnetici (solenoidi e guida), si considerano i dati geometrici dei circuiti, l'intensità standard della corrente (50 A) ed i sensi di percorrenza. Un altro opportuno algoritmo fornirà le componenti del campo standard in ogni punto scelto.

Fig. 5-3

In primo luogo, si devono esprimere i campi nei vari punti usando le equazioni (5-23), (5-24) e (5-25) e modificandole secondo quanto indicato al paragrafo 5e. :

Per $I = 0$:

$$\begin{aligned} 5-27) \quad B_x^0|_{I=0} = & \frac{7,337 \cdot 10^{-14}}{50} \cdot 0 + \frac{0,542}{50} \cdot 0 + 0,834 \cdot k_2 - 4,347 \cdot 10^{-5} \cdot k_3 - 0,682 \cdot k_4 + \\ & + 8,735 \cdot 10^{-9} \cdot k_5 + 3,666 \cdot 10^{-6} \cdot k_7 + 1,317 \cdot 10^{-3} \cdot k_8 - 6,644 \cdot 10^{-9} \cdot k_9 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_y^0|_{I=0} = & \frac{-3,541 \cdot 10^{-14}}{50} \cdot 0 - \frac{0,363}{50} \cdot 0 - 6,89 \cdot 10^{-6} \cdot k_2 - 0,683 \cdot k_3 + 3,085 \cdot 10^{-5} \cdot k_4 + \\ & + 2,853 \cdot 10^{-10} \cdot k_5 + 3,117 \cdot 10^{-8} \cdot k_7 - 2,610 \cdot k_8 + 0,255 \cdot k_9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_z^0|_{I=0} = & \frac{501,686}{50} \cdot 0 - \frac{0,542}{50} \cdot 0 + 1,647 \cdot k_2 - 1,165 \cdot k_3 - 1,165 \cdot k_4 + \\ & - 0,529 \cdot k_5 + 2,610 \cdot k_7 - 1,377 \cdot 10^{-6} \cdot k_8 + 4,904 \cdot k_9 \end{aligned}$$

$$B^0|_{I=0} = \sqrt{(B_x^0|_{I=0})^2 + (B_y^0|_{I=0})^2 + (B_z^0|_{I=0})^2}$$

$$5-28) \quad \arccos\left(\frac{B_y^0|_{I=0}}{B^0|_{I=0}}\right) = 2,5^\circ$$

(si noti che la (5-28) è non lineare).

Per $I \neq 0$ (e in seguito tralasciando questa indicazione):

$$B_x^0 = \frac{7,337 \cdot 10^{-14}}{50} \cdot I + \frac{0,542}{50} \cdot I + 0,834 \cdot k_2 - 4,347 \cdot 10^{-5} \cdot k_3 - 0,682 \cdot k_4 + \\ + 8,735 \cdot 10^{-9} \cdot k_5 + 3,666 \cdot 10^{-6} \cdot k_7 - 1,317 \cdot 10^{-3} \cdot k_8 - 6,644 \cdot 10^{-9} \cdot k_9 = 0$$

$$B_y^0 = \frac{-3,541 \cdot 10^{-14}}{50} \cdot I - \frac{0,363}{50} \cdot I - 6,89 \cdot 10^{-6} \cdot k_2 - 0,683 \cdot k_3 + 3,085 \cdot 10^{-5} \cdot k_4 + \\ + 2,853 \cdot 10^{-10} \cdot k_5 + 3,117 \cdot 10^{-8} \cdot k_7 - 2,610 \cdot k_8 + 0,255 \cdot k_9$$

$$B_z^0 = \frac{501,686}{50} \cdot I - \frac{0,542}{50} \cdot I + 1,647 \cdot k_2 - 1,165 \cdot k_3 - 1,165 \cdot k_4 + \\ - 0,529 \cdot k_5 + 2,610 \cdot k_7 - 1,377 \cdot 10^{-6} \cdot k_8 + 4,904 \cdot k_9$$

$$B^0 = \sqrt{(B_x^0)^2 + (B_y^0)^2 + (B_z^0)^2}$$

5-29)

$$\arccos\left(\frac{B_z^0}{B^0}\right) = 89,5^\circ$$

$$B_x^P = \frac{5,673 \cdot 10^{-14}}{50} \cdot I - \frac{0,319}{50} \cdot I - 10,988 \cdot k_2 - 2,620 \cdot 10^{-4} \cdot k_3 + 8,989 \cdot k_4 + \\ + 7,151 \cdot 10^{-8} \cdot k_5 - 1,332 \cdot k_7 + 1,446 \cdot 10^{-2} \cdot k_8 + 2,196 \cdot 10^{-8} \cdot k_9 = 0$$

$$B_y^P = \frac{2,146}{50} \cdot I - \frac{4,411}{50} \cdot I + 0,157 \cdot k_2 + 8,834 \cdot k_3 + 0,1272 \cdot k_4 + \\ + 3,405 \cdot 10^{-2} \cdot k_5 - 9,908 \cdot 10^{-3} \cdot k_7 + 1,033 \cdot k_8 + 0,345 \cdot k_9$$

$$B_z^P = \frac{179,45}{50} \cdot I - \frac{2,047}{50} \cdot I - 11,46 \cdot k_2 - 9,029 \cdot k_3 - 9,298 \cdot k_4 + \\ - 3,26 \cdot k_5 - 0,371 \cdot k_7 - 1,24 \cdot 10^{-2} \cdot k_8 + 6,044 \cdot k_9$$

$$B^P = \sqrt{(B_x^P)^2 + (B_y^P)^2 + (B_z^P)^2}$$

5-30) $\arccos\left(\frac{B_z^P}{B^P}\right) = 89,5^\circ$

(5-30a)

$$B_x^M = \frac{1,699 \cdot 10^{-13}}{50} \cdot I - \frac{3,362 \cdot 10^{-2}}{50} \cdot I - 19,936 \cdot k_2 - 3,226 \cdot 10^{-4} \cdot k_3 + 16,163 \cdot k_4 + \\ + 8,692 \cdot 10^{-6} \cdot k_5 - 0,56 \cdot k_7 + 0,112 \cdot k_8 + 1,721 \cdot 10^{-8} \cdot k_9 = 0$$

$$B_y^M = \frac{13,132}{50} \cdot I - \frac{9,272}{50} \cdot I + 4,321 \cdot k_2 + 11,195 \cdot k_3 + 3,47 \cdot k_4 + \\ + 1,937 \cdot k_5 - 0,106 \cdot k_7 + 0,609 \cdot k_8 + 0,327 \cdot k_9$$

$$B_z^M = \frac{64,394}{50} \cdot I - \frac{0,631}{50} \cdot I - 4,063 \cdot k_2 - 2,173 \cdot k_3 - 3,262 \cdot k_4 + \\ - 7,976 \cdot k_5 - 0,447 \cdot k_7 + 0,130 \cdot k_8 + 6,383 \cdot k_9$$

$$B^M = \sqrt{(B_x^M)^2 + (B_y^M)^2 + (B_z^M)^2}$$

5-31)

$$\arccos\left(\frac{B_y^M}{B^M}\right) = \arccos\left(\frac{B_z^M}{B^M}\right) = 45^\circ$$

$$B_x^C = \frac{-4,22 \cdot 10^{-14}}{50} \cdot I + \frac{3,656}{50} \cdot I - 10,664 \cdot k_2 - 2,203 \cdot 10^{-4} \cdot k_3 + 8,715 \cdot k_4 + \\ + 8,692 \cdot 10^{-6} \cdot k_5 - 0,56 \cdot k_7 + 0,221 \cdot k_8 - 3,105 \cdot 10^{-9} \cdot k_9$$

$$B_y^C = \frac{19,991}{50} \cdot I - \frac{19,031}{50} \cdot I + 11,489 \cdot k_2 + 4,976 \cdot k_3 + 9,326 \cdot k_4 + \\ + 6,436 \cdot k_5 - 0,244 \cdot k_7 + 0,358 \cdot k_8 + 0,289 \cdot k_9$$

$$B_z^C = \frac{29,639}{50} \cdot I - \frac{0,091}{50} \cdot I - 1,577 \cdot 10^{-5} \cdot k_2 + 8,4 \cdot 10^{-5} \cdot k_3 - 5,709 \cdot 10^{-5} \cdot k_4 + \\ - 5,035 \cdot k_5 - 0,348 \cdot k_7 - 0,284 \cdot k_8 + 6,542 \cdot k_9$$

5.32) $B_x^C = \min.$

5.33) $B_z^C = \min.$

Calcolo della configurazione elettromagnetica

Si può quindi costruire un foglio di calcolo, ottenendo il seguente prospetto (Fig. 5-4):

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1			Carica elettrica del positrone e	e	C	1,60E-19				
2			Massa del positrone	m	kg	9,00E-31				
3										
4										
5			valore	simbolo	U.M.				saturazione	
6			BrBr0 magnete 2	k2			0,500000	35 MGO	-919.120	12.000
7			BrBr0 magnete 3	k3			0,500000	35 MGO	-919.120	12.000
8			BrBr0 magnete 4	k4			0,500000	35 MGO	-919.120	12.000
9			BrBr0 magnete 5	k5			10,000000	35 MGO	-919.120	12.000
10			BrBr0 magnete 7	k7			1,500000	Nd+nylon	-433.000	7.120
11			BrBr0 magnete 8	k8			3,500000	Nd+nylon	-433.000	7.120
12			BrBr0 plastroferriti	k9			1,000000	plastroferrite	-238.500	3.000
13			Volt caricamento dischetti (+ per $\psi > 0$)	Vdisch	volt		400,000000			
14			Corrente in I e 6	I	A	0,0000	100,000000			
15									$\beta_{Dr}=89,5^\circ$	
16	1		Coordinate:			O	O	P	M	C
17			x =			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
18			y =			0,000	0,000	0,260	4,853	15,260
19			z =			0,000	0,000	30,000	40,607	45,000
20										
21	2		Campo magnetico:							
22			C. m. x	B _x	gauss	0,080685	1,165	-3,585	-2,756	6,272
23			C. m. y	B _y	gauss	9,048531	8,323	4,315	38,881	80,351
24			C. m. z	B _z	gauss	3,183855	1,005,132	312,757	48,276	13,771
25			C. m. tot.	B	gauss	9,592672	1,005,167	312,808	62,047	81,763
26										
27	2.1		Direzioni del campo magnetico:							
28			$\cos \alpha = B_x / B$			0,008411	0,001159	-0,011460	-0,044423	0,076711
29			$\cos \beta = B_y / B$			0,943275	0,008280	0,013794	0,626639	0,982726
30			$\cos \gamma = B_z / B$			0,331905	0,999965	0,999839	0,778043	0,168421
31			Angolo tra B e asse x	α	°		89,333581	90,656641	92,546065	85,600446
32			Angolo tra B e asse y	β	°	19,390911	89,525559	89,209630	51,197410	10,665115
33			Angolo tra B e asse z	γ	°		0,479068	1,027578	38,918303	80,303970

Fig. 5-4

Le caselle G6-G12 contengono valori iniziali delle incognite k2...k9. Tali valori sono stati scelti come ragionevolmente vicini alle future soluzioni.

Analogamente per i valori di ΔV e di I, contenuti nelle caselle G13 e G14. La casella F14 contiene il valore I=0 della corrente prima dell'attivazione del solenoide.

All'origine O sono intestate due colonne, F e G, prima e dopo l'attivazione.

Le righe 22, 23 e 24 contengono i valori dei campi magnetici (in gauss) nei vari punti. Questi valori sono ottenuti come descritto nel paragrafo 5f. Nelle righe 28, 29 e 30 sono calcolati i coseni dei vettori campo, mentre le righe 31, 32 e 33 contengono i valori degli angoli relativi.

Ripetute applicazioni dell'utility Risolutore di Excel, portano al seguente prospetto (fig. 5-5):

Calcolo della configurazione elettromagnetica

B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Carica elettrica del positrone e	e	C	1,60E-19				
2	Massa del positrone	m	kg	9,00E-31				
3								
4								
5	valore	simbolo	U.M.			materiale	He	Br
6	Br/Br0 magnete 2	k2			0,119964	35 MGO	-919.120	12.000
7	Br/Br0 magnete 3	k3			0,322294	35 MGO	-919.120	12.000
8	Br/Br0 magnete 4	k4			0,195576	35 MGO	-919.120	12.000
9	Br/Br0 magnete 5	k5			11,466039	35 MGO	-919.120	12.000
10	Br/Br0 magnete 7	k7			1,393748	Nd-nylon	-433.000	7.120
11	Br/Br0 magnete 8	k8			3,638009	Nd-nylon	-433.000	7.120
12	Br/Br0 plastoferriti	k9			0,662544	plastoferrite	-238.500	3.000
13	Volt caricamento dischetti (+ per y>0)	Vdisch	volt		400,000000			
14	Corrente in 1 e 6	I	A	0,0000	99,696800			
15								
16	Coordinate:			0	0	P	M	C
17	x =			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
18	y =			0,000	0,000	0,260	4,653	15,260
19	z =			0,000	0,000	30,000	40,607	45,000
20								
21	Campo magnetico:							
22	C. m. x	B _x	gauss	-0,028528	1,053	-2,000	0,000	7,740
23	C. m. y	B _y	gauss	9,444039	8,721	2,738	36,995	81,668
24	C. m. z	B _z	gauss	0,411348	999,322	313,691	36,995	4,000
25	C. m. tot.	B	gauss	9,453036	999,360	313,709	52,318	82,132
26								
27	2.1 Direzioni del campo magnetico:							
28	cos α = B _x / B			-0,003018	0,001053	-0,006375	0,000000	0,094235
29	cos β = B _y / B			0,999048	0,008727	0,008727	0,707107	0,994358
30	cos γ = B _z / B			0,043515	0,999961	0,999942	0,707107	0,048702
31	Angolo tra B e asse x	α	°		89,339645	90,365282	90,000000	84,592717
32	Angolo tra B e asse y	β	°	2,500000	89,500000	89,500000	45,000000	6,089162
33	Angolo tra B e asse z	γ	°		0,503630	0,619224	45,000000	87,208465

Fig. 5-5

Si è prima di tutto istruito Risolutore quali valori dovevano essere variati e cioè le incognite k2,...k9.

Si sono poi inseriti i relativi limiti di variazione e precisamente:

- da 0 a 12 per k2, k3, k4 e k5
- da 0 a 7,12 per k7 e k8
- da 0 a 2,5 per k9

(si è cioè supposto che i magneti 2, 3, 4 e 5 siano in Fe-Nd-B da 35 MGO con $H_{cmax}=12.000$ gauss; i magneti 7 e 8 (che devono essere forati) in nylon + polveri di Nd, con $H_{cmax}=7.120$ gauss. Infine il magnete 9 in plastoferrite con $H_{cmax} = 2.500$ gauss.

Si è dapprima inserito il valore 2,5° nella casella F32 e Risolutore ha trovato una prima soluzione parziale dell'equazione non lineare (5-28).

Calcolo della configurazione elettromagnetica

Partendo da questa soluzione, si istruisce Risolutore a bloccare il valore di 2,5 nella casella F32. Nei calcoli che seguono, dunque, questo valore non può più variare.

Nella casella G32 si inserisce il valore 89,5 e si avvia di nuovo Risolutore, che calcola nuovi valori per le incognite con l'equazione (5-29), pure non lineare. Si blocca di nuovo il valore 89,5 in G32 e si passa ad inserire 89,5 nella H32, ottenendo con Risolutore nuovi valori dall'equazione non lineare (5-30). Si blocca ancora quest'ultimo valore e si chiede a Risolutore di considerare i valori nelle caselle I32 e I33 eguali tra loro ed eguali a 45, mentre nel contempo di mantenere pari a 90 il valore di I31 (al fine di far muovere il positrone solo sul piano (yz) e con la giusta inclinazione in M). Vengono applicate contemporaneamente le equazioni (5-30a) e (5-31) e si ottengono in J31, J32 e J33 i valori dei campi in C. Si può fare qualche ulteriore piccola modifica a questi campi (ma comunque non si possono annullare le componenti in x e in z).

Come soluzione finale si ottiene pertanto:

	materiale	saturazione		(Hc/Br)*1000	Br	Hc
		Hc	Br			
0,119964	35 MGO	-919.120	12.000	-76.593	120	-9.188
0,322294	35 MGO	-919.120	12.000	-76.593	322	-24.685
0,195576	35 MGO	-919.120	12.000	-76.593	196	-14.980
11,466039	35 MGO	-919.120	12.000	-76.593	11.466	-878.218
1,393748	Nd+nylon	-433.000	7.120	-60.815	1.394	-84.760
3,638009	Nd+nylon	-433.000	7.120	-60.815	3.638	-221.244
0,662544	plastroferrite	-238.500	3.000	-79.500	663	-63.207
400,000000						
99,696800						

Consideriamo ora il circuito elettrico solenoide+guida (che sono in serie) e supponiamo di eseguirlo con filo di rame $d=1$ mm e, in alternativa, con filo di argento dello stesso diametro.

Il seguente prospetto (Fig. 5-6) fornisce le resistenze in funzione delle dimensioni geometriche del filo e del circuito e calcola la tensione da applicare agli estremi del circuito per ottenere una corrente pari a quella calcolata sopra:

Calcolo della configurazione elettromagnetica

Calcolo della resistenza del circuito elettrico																			
Circuito estrattore																			
filo					solenoidi				1 spira quadr.		5,5 spire quadrate		4 collegamenti		altri	lunghezza tot.	resistenza R	tensione da applicare	
metallo	resistività	diametro	sezione		n. spire	diametro	lung. 1 spira	lung. tot.					longitudinali	collegamenti				con I=99,69 A	
	($\mu\text{ohm}\cdot\text{cm}$)	(mm)	(mm ²)	cm ²		(mm)	(cm)	(cm)	(mm)	(cm)	(mm)	(cm)	(mm)	(cm)	(cm)	(cm)	(microhm)	(A)	
								A				B		C	D	F=A+B+C+D			
rame	1,8	1	0,7854	0,007854	40	29	2,9	9,1	364,4	132	13,2	726	72,6	960	96	45	578,0	132.474	13,21
argento	1,64	1	0,7854	0,007854	40	29	2,9	9,1	364,4	132	13,2	726	72,6	960	96	45	578,0	120.698	12,03

Fig. 5-6

Si vede che, se si adopera l'argento, la tensione giusta è esattamente quella di una batteria da 12 Volt.

6. I tre dischetti elettrizzati.

I tre dischetti diam. 30 x 2 elettrizzati generano un campo elettrico costante che, a causa del movimento di rotazione dei dischetti stessi, trasla rettilineamente.

Inoltre, sempre in virtù del loro moto di rotazione, generano un campo magnetico (secondario), la cui intensità è funzione della loro velocità di rotazione.

6.1 Campo elettrico

Il campo elettrico, generato in un punto qualsiasi P della macchina, è funzione lineare della tensione applicata.

Poniamo:

$$6-1) \quad V_0 = 100 \text{ Volt}$$

come tensione di riferimento che si suppone sia applicata ad una faccia di un dischetto (sull'altra il potenziale sarà -100 Volt).

Sia E_0^P il campo generato dalla tensione di riferimento nel punto P.

Il campo generato dalla tensione V sarà allora:

$$6-2) \quad E^P = \frac{V}{V_0} \cdot E_0^P$$

per cui si avrà:

$$6-3) \quad E_i^P = \frac{E_{0,i}^P}{100} \cdot V \quad (i=x,y,z)$$

dove gli $E_{0,i}^P$ si trovano con un opportuno algoritmo.

6.2 Campo magnetico.

Nell'Appendice B vengono calcolati i campi magnetici prodotti dalle sei facce elettrizzate dei tre dischetti e viene dimostrato che il campo totale è nullo.

APPENDICE A.

Sfere rotanti.

Consideriamo la sfera, di raggio interno $R = 1,3$ cm, rotante attorno ad un asse verticale z alla velocità di N giri/'. La sfera contiene 1 cc di mercurio (peso specifico: 13,7 gr/cc) (Fig. A-1).

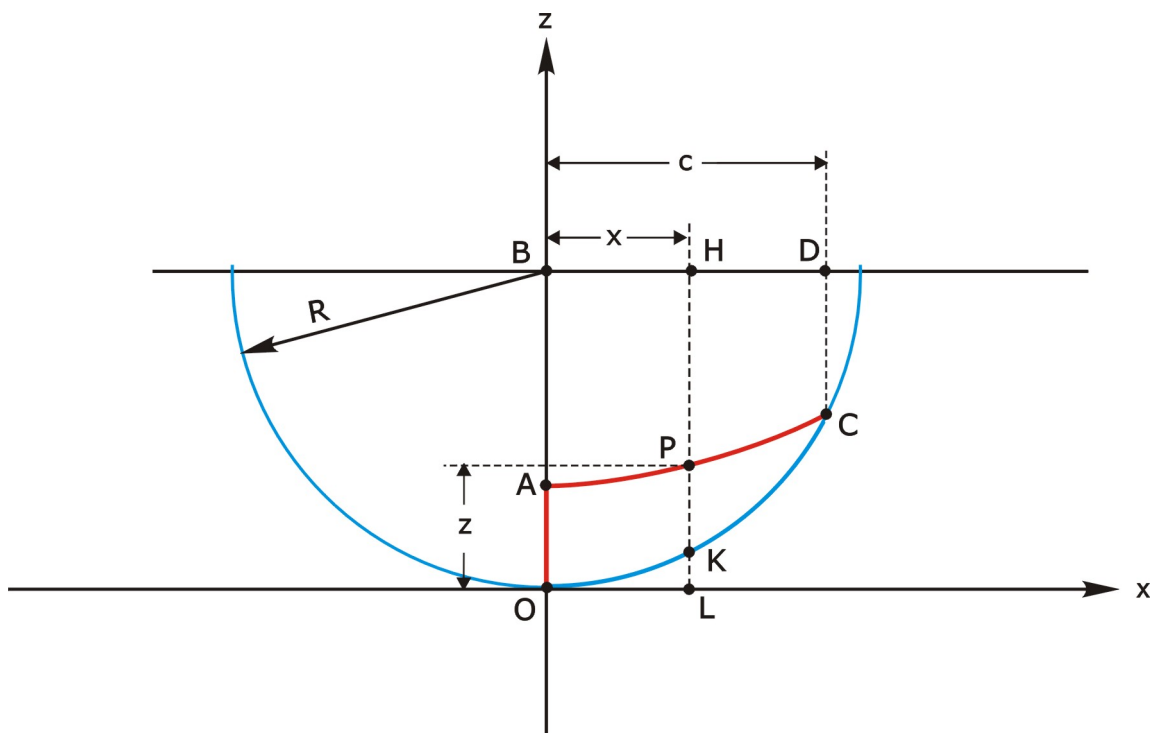


Fig. A-1

Il complesso ha simmetria assiale, quindi basterà considerare una sezione diametricale con un piano (x,z) ed in questa sezione la metà OAPCKO.

Trascuriamo le interazioni mercurio-parete e quindi il menisco. Sia APC la curva che rappresenta la sezione della superficie superiore del mercurio e sia P un punto di questa curva:

$$P = P(x,z)$$

Consideriamo un elemento infinitesimo di volume dV attorno al punto P (Fig. A-2):

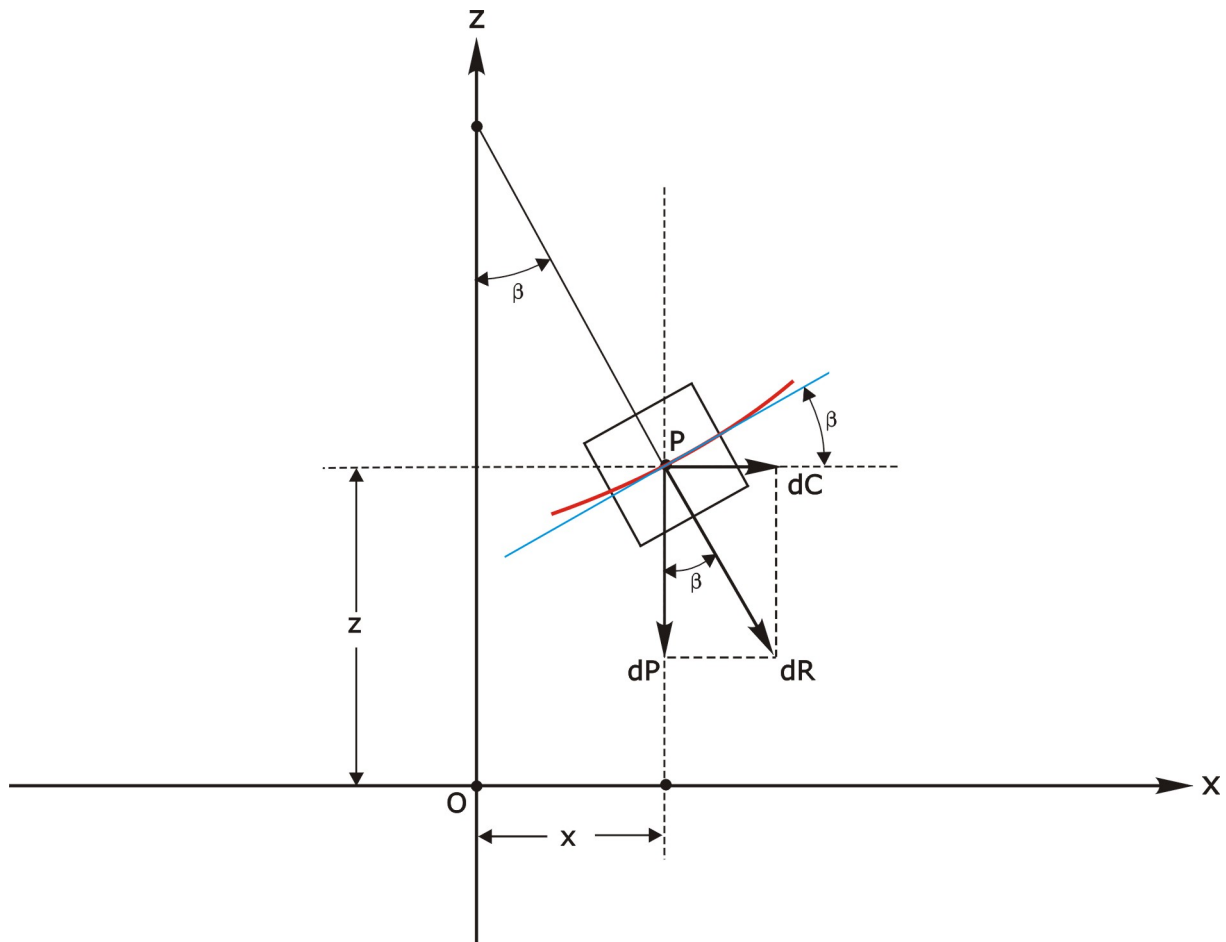


Fig. A-2

L'assetto del volumetto (cioè l'angolo β) è determinato dal fatto che un liquido non può resistere a sforzi di taglio. Di conseguenza, ogni volumetto dV nel liquido, e in particolare alla sua superficie, si disporrà in modo che la risultante delle forze non eserciti sul volumetto stesso azioni di taglio. Perciò, dette:

$$d\vec{C} = \text{forza centrifuga} = dm \cdot \omega^2 \cdot x = \rho \cdot dV \cdot \omega^2 \cdot x$$

$$d\vec{P} = \text{forza peso} = dm \cdot g = \rho \cdot dV \cdot g$$

la risultante $d\vec{R} = d\vec{C} + d\vec{P}$ avrà la direzione di β , dove:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{dz}{dx} = \frac{|dC|}{|dP|} = \frac{\rho \cdot dV \cdot \omega^2 \cdot x}{\rho \cdot dV \cdot g} = \frac{\omega^2}{g} \cdot x$$

Quindi:

$$dz = \frac{\omega^2}{g} \cdot x \cdot dx$$

e integrando:

$$\text{A-1)} \quad z = \frac{\omega^2}{2g} \cdot x^2 + C$$

dove C è una costante di integrazione. La curva APC è una parabola.

Ponendo nella (A-1) $g = 980 \text{ cm/sec}^2$, risulta:

$$\text{A-2)} \quad z = \frac{4\pi^2 N^2}{2 \cdot 3600 \cdot 980} \cdot x^2 + C = 5,595 \cdot 10^{-6} \cdot N^2 \cdot x^2 + C = \alpha \cdot x^2 + C$$

avendo posto:

$$\text{A-3)} \quad \alpha = 5,595 \cdot 10^{-6} \cdot N^2$$

La costante C si determina subito dalla condizione che, per $x = 0$, deve essere $z = z_A$, quindi:

$$\text{A-4)} \quad C = z_A$$

Perciò:

$$\text{A-5)} \quad z = \alpha \cdot x^2 + z_A$$

La parabola (A-1) deve passare anche per il punto C. Quindi:

$$\text{A-6)} \quad z_C = \alpha \cdot c^2 + z_A$$

E poiché C è un punto sulla sfera di raggio R, si ha:

$$\text{A-7)} \quad z_C = R - \sqrt{R^2 - c^2}$$

per cui:

$$R - \sqrt{R^2 - c^2} = \alpha \cdot c^2 + z_A$$

e quindi:

$$A-8) \quad z_A = R - \sqrt{R^2 - c^2} - \alpha \cdot c^2$$

Perciò l'equazione (A-1) della parabola diventa:

$$A-9) \quad z = \alpha x^2 + R - \sqrt{R^2 - c^2} - \alpha c^2 = \alpha(x^2 - c^2) + R - \sqrt{R^2 - c^2}$$

Ogni punto P della curva APC ha coordinate x e z che soddisfano la (A-9).

Ritornando alla Fig. (A-1), consideriamo un punto P sulla parabola, di coordinate generiche x,z ed il segmento PK:

$$A-10) \quad \overline{PK} = \overline{PL} - \overline{LK} = z - z_K$$

$$A-11) \quad z_K = \overline{HL} - \overline{HK} = R - \sqrt{R^2 - x^2}$$

Tenendo conto della (A-9), si ha:

$$A-12) \quad \overline{PK} = \alpha(x^2 - c^2) + R - \sqrt{R^2 - c^2} - R + \sqrt{R^2 - x^2} = \alpha(x^2 - c^2) - \sqrt{R^2 - c^2} + \sqrt{R^2 - x^2}$$

cioè:

$$A-13) \quad \overline{PK} = \alpha x^2 + \sqrt{R^2 - x^2} - \alpha c^2 - \sqrt{R^2 - c^2}$$

Diamo ad x un incremento dx e consideriamo l'area infinitesima $dS_0 = \overline{PK} \cdot dx$.

L'area totale OAPCKO si otterrà dall'integrale $S_0 = \int_0^c \overline{PK} \cdot dx$, cioè, per la (A-13):

$$A-14) \quad S_0 = \int_0^c \alpha x^2 dx + \int_0^c (\sqrt{R^2 - x^2}) dx - \alpha c^2 \int_0^c dx - (\sqrt{R^2 - c^2}) \int_0^c dx$$

cioè:

$$A-15) \quad S_0 = \alpha \cdot \frac{c^3}{3} + \left| \frac{x}{2} \sqrt{R^2 - x^2} + \frac{R^2}{2} \arcsen \frac{x}{R} \right|_0^c - \alpha c^3 - c \sqrt{R^2 - c^2}$$

e quindi:

$$A-16) \quad S_0 = \alpha \frac{c^3}{3} + \frac{c}{2} \sqrt{R^2 - c^2} + \frac{R^2}{2} \arcsen \frac{c}{R} - \alpha c^3 - c \sqrt{R^2 - c^2}$$

ossia

$$A-17) \quad S_0 = \frac{R^2}{2} \arcsen \frac{c}{R} - \frac{2}{3} \alpha c^3 - \frac{c}{2} \sqrt{R^2 - c^2}$$

Per determinare c , imponiamo che il volume generato dalla rotazione per 360° dell'area S_0 attorno all'asse z sia uguale a 1 cc.

Bisogna quindi trovare la coordinata x_G del baricentro G di S_0 e poi applicare il teorema di Guldino:

$$A-18) \quad V = 2\pi \cdot x_G \cdot S_0 = 1$$

Per calcolare x_G , consideriamo l'area infinitesima $dS_0 = \overline{PK} \cdot dx$. Moltiplicando questa area per il braccio x , integrando e dividendo l'integrale per l'area S_0 , si avrà la coordinata x_G :

$$A-19) \quad x_G = \frac{\int_0^c \overline{PK} \cdot x \cdot dx}{S_0} = \frac{\alpha \int_0^c x^3 dx + \int_0^c \sqrt{R^2 - x^2} \cdot x dx - \alpha c^2 \int_0^c x dx - \sqrt{R^2 - c^2} \int_0^c x dx}{S_0}$$

$$A-20) \quad x_G = \frac{\alpha \frac{c^4}{4} - \frac{1}{3} \cdot \left| (R^2 - x^2)^{\frac{3}{2}} \right|_0^c - \alpha \frac{c^4}{2} - \sqrt{R^2 - c^2} \cdot \frac{c^2}{2}}{S_0}$$

$$A-21) \quad x_G = \frac{-\alpha \frac{c^4}{4} - \frac{1}{3}(R^2 - c^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3}R^3 - \frac{c^2}{2}\sqrt{R^2 - c^2}}{S_0}$$

Per la (A-18), si dovrà avere:

$$A-22) \quad V = 2\pi \cdot x_G S_0 = -\frac{\pi}{2}\alpha \cdot c^4 - \frac{2\pi}{3}(R^2 - c^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{2\pi}{3}R^3 - \pi c^2 \sqrt{R^2 - c^2} = 1$$

Per trovare il valore di c che risolve la (A-22), si è impostato un foglio di calcolo (Fig. A-3) con diversi valori di N [e quindi di α secondo la formula (A-3)], disposti orizzontalmente.

Si sono poi disposti su righe orizzontali diversi valori di c , di 0,01 in 0,01 cm, da 0,91 a 1,29 cm. All'incrocio di ogni riga/colonna, si è calcolato il volume V con il 1° membro della (A-22) e si è poi eseguita l'interpolazione numerica tra due valori di V immediatamente a cavallo di 1. In questo modo, si calcola il valore di c che rende eguale a 1 il volume V e di qui S_0 con la (A-17) e x_G con la (A-21).

A questo punto, si calcola il momento della quantità di moto dovuto agli isotopi del mercurio a spin spaiato:

$$A-23) \quad M = 4,11822 \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot N \cdot x_G^2$$

essendo 4,11822 grammi il peso degli isotopi a spin semintero contenuto in 1 cc. di mercurio commerciale. Infatti 1 cc. di mercurio pesa

$$A-24) \quad M = 13,7 \text{ grammi}$$

ed il mercurio naturale è una miscela di isotopi, dei quali gli unici con spin semintero (fermioni) sono ${}^{199}_{80}\text{Hg}$ e ${}^{201}_{80}\text{Hg}$ contenuti nelle seguenti percentuali in peso:

$${}^{199}_{80}\text{Hg} = 16,84 \%$$

$${}^{201}_{80}\text{Hg} = 13,22 \%$$

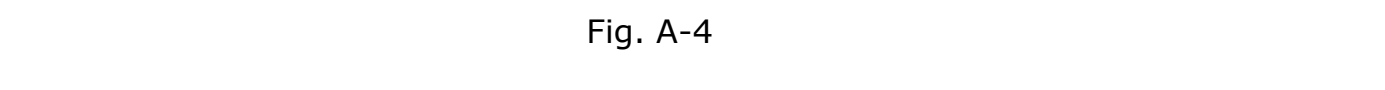
Tutti gli altri isotopi sono bosoni.

Il totale è pari quindi al 30,06 % della massa rotante, cioè a:

$$\mu = 4,11822 \text{ grammi}$$

Poiché questi isotopi sono mescolati omogeneamente in tutta la massa, il momento della quantità di moto dovuto agli spin è:

$$\text{A-25)} \quad G_{\text{spin}} = \mu \cdot (\omega \cdot x_G) \cdot x_G = 4,11822 \cdot \frac{2\pi N}{60} \cdot x_G^2 \quad (\text{grammi} \times \text{cm}^2/\text{s})$$

[illegible]

APPENDICE B.

Campi magnetici determinati dai dischetti elettrizzati rotanti.

La seguente Fig. B-1 mostra i dischetti ceramici rotanti:

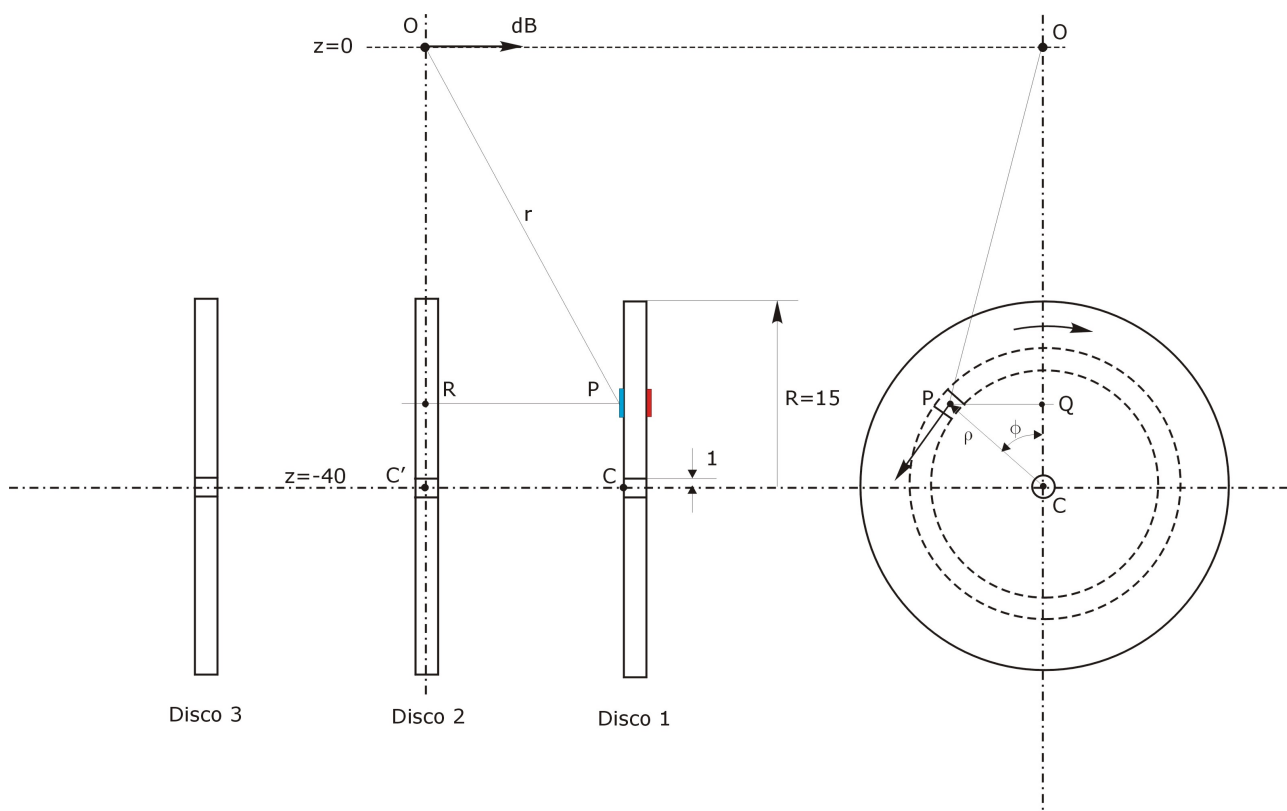
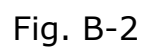


Fig. B-1

Ponendo $RP = a$, si ha la seguente tabella:

dischetto n.	faccia n.	carica	a	B
1	1	positiva	15	B11
	2	negativa	13	B12
2	1	positiva	1	B21
	2	negativa	-1	B22
3	1	positiva	-13	B31
	2	negativa	-15	B32

Esiste una palese simmetria speculare, per cui si può già affermare che il campo totale è nullo. I calcoli seguenti confermano questa congettura.



Per la legge di Biot, il campo dovuto allo strato di cariche sulla faccia del dischetto è:

$$\text{B-1)} \quad B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \int \frac{i \cdot \rho d\phi \cdot \sin \vartheta}{r^2}$$

Consideriamo l'area infinitesima dA attorno a P , delimitata da due segmenti lunghi $d\rho$ e da due tratti infinitesimi di circonferenza lunghi $\rho d\varphi$:

$$B-2) \quad dA = (\rho \cdot d\varphi) \cdot d\rho$$

Se σ è la densità superficiale delle cariche, sarà:

$$B-3) \quad dq = \sigma \cdot dA = \sigma \cdot \rho \cdot d\rho \cdot d\varphi$$

e quindi:

$$B-4) \quad i = \frac{dq}{dt} = \sigma \cdot \frac{dA}{dt} = \frac{\sigma \cdot \rho \cdot d\rho \cdot d\varphi}{dt}$$

Perciò la (B-1) diventa:

$$B-5) \quad B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \int \frac{\frac{\sigma \cdot \rho \cdot d\rho \cdot d\varphi}{dt} \cdot \rho d\varphi \cdot \sin \vartheta}{r^2}$$

Essendo:

$$B-6) \quad \frac{d\varphi}{dt} = \omega$$

e supponendo σ e ω costanti:

$$B-7) \quad B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \int \frac{\sigma \cdot \omega \cdot \rho \cdot d\rho \cdot \rho \cdot d\varphi \cdot \sin \vartheta}{r^2} = \frac{\mu_0 \cdot \sigma \cdot \omega}{4\pi} \cdot \int \int \frac{\rho^2 d\rho \cdot d\varphi \cdot \sin \vartheta}{r^2}$$

Le tre componenti del vettore $OP = \vec{r}$ sono (in metri):

$$B-8) \quad r_x = P'K' = -\rho \sin \phi$$

$$B-9) \quad r_y = P'R' = a \cdot 10^{-3} \quad (\text{dove } a \text{ è in mm})$$

$$B-10) \quad r_z = P'P = P'H - HP = OB - HP = -0,040 + \rho \cos \varphi$$

da cui:

$$\begin{aligned} \text{B-11)} \quad r^2 &= \rho^2 \sin^2 \varphi + a^2 \cdot 10^{-6} + 1.600 \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cos \varphi + \rho^2 \cos^2 \varphi = \\ &= \rho^2 + (a^2 + 1.600) \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi \end{aligned}$$

per cui la (B-7) diventa, essendo la velocità angolare del dischetto $\omega = \frac{2\pi \cdot N}{60}$ con (N= no. di giri/'):

$$\begin{aligned} \text{B-12)} \quad B &= \frac{\mu_0 \cdot \sigma \cdot \omega}{4\pi} \cdot \int_{1 \cdot 10^{-3}}^{15 \cdot 10^{-3}} \int_0^{2\pi} \frac{\rho^2 \cdot \sin \vartheta \cdot d\rho \cdot d\varphi}{\rho^2 + (a^2 + 1.600) \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi} = \\ &= \frac{\mu_0 \cdot \sigma \cdot N}{120} \cdot \int_{1 \cdot 10^{-3}}^{15 \cdot 10^{-3}} \int_0^{2\pi} \frac{\rho^2 \cdot \sin \vartheta \cdot d\rho \cdot d\varphi}{\rho^2 + (a^2 + 1.600) \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi} \end{aligned}$$

Detto:

$$\text{B-13)} \quad A = \frac{\mu_0 \cdot \sigma}{120}$$

si ha, esprimendo il campo in gauss:

$$\text{B-14)} \quad B = A \cdot I \cdot N \cdot 10^4$$

dove:

$$\text{B-15)} \quad I = \int_{1 \cdot 10^{-3}}^{15 \cdot 10^{-3}} \int_0^{2\pi} \frac{\rho^2 \cdot \sin \vartheta \cdot d\rho \cdot d\varphi}{\rho^2 + (a^2 + 1.600) \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi}$$

Per il calcolo di $\sin \theta$, con riferimento alla Figura B-2, dette:

retta 1 = OK'

retta 2 = OP

si ha:

Calcolo della configurazione elettromagnetica

$$\text{B-16)} \quad \cos \alpha_1 = 0 \quad (\text{OK}' \text{ normale all'asse } x)$$

$$\text{B-17)} \quad \cos \beta_1 = 1 \quad (\text{OK}' \text{ parallelo all'asse } y)$$

$$\text{B-18)} \quad \cos \gamma_1 = 0 \quad (\text{OK}' \text{ normale all'asse } z)$$

$$\text{B-19)} \quad \cos \alpha_2 = \frac{r_x}{r} = \frac{-\rho \cdot \sin \varphi}{r} \quad (\text{per la B-8})$$

$$\text{B-20)} \quad \cos \beta_2 = \frac{r_y}{r} = \frac{a \cdot 10^{-3}}{r} \quad (\text{per la B-9})$$

$$\text{B-21)} \quad \cos \gamma_2 = \frac{r_z}{r} = \frac{-0,04 + \rho \cdot \cos \varphi}{r} \quad (\text{per la B-10})$$

Essendo ϑ l'angolo compreso tra la retta 1 e la retta 2, risulta:

$$\text{B-22)} \quad \cos^2 \vartheta = \cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2 + \cos \beta_1 \cdot \cos \beta_2 + \cos \gamma_1 \cdot \cos \gamma_2 = \frac{a \cdot 10^{-3}}{r}$$

$$\text{B-23)} \quad \sin \vartheta = \sqrt{1 - \cos^2 \vartheta} = \sqrt{1 - \frac{a \cdot 10^{-3}}{r}}$$

Il campo (in Tesla con $1\text{T}=10^4$ gauss) è fornito dalle (B-14) e (B-15), e nel sistema MKS si ha:

$$\text{B-24)} \quad \mu_0 = 12,57 \cdot 10^{-7}$$

$$\text{B-25)} \quad \sigma = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E$$

essendo:

E = campo elettrico (in V/m) nel dielettrico = $\frac{2V}{d}$ (V = tensione di caricamento di una faccia; $d = 0,002$ m = spessore del dischetto)

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$$

ε_r = costante dielettrica relativa del dischetto

Dischetto 1/faccia 1: carica positiva.
a = 0,015

B-26) $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6}$

B-27) $\sigma = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 5.000 \cdot \frac{2 \cdot 400}{0,002} = 0,0177 \text{ C/m}^2$

B-28) $A = \frac{\mu_0 \cdot \sigma}{120} = \frac{1,257 \cdot 10^{-6} \cdot 0,0177}{120} = 1,854 \cdot 10^{-10}$

Dalla (B-11):

B-29)
$$r^2 = \rho^2 + (225 + 1.600) \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi =$$
$$= \rho^2 + 1.825 \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi$$

Con Derive 6, si ottiene:

B-30)
$$I_{11} = \int_{1 \times 10^{-3}}^{15 \times 10^{-3}} \int_0^{2\pi} \frac{\rho^2 \cdot \sin \vartheta \cdot d\rho \cdot d\varphi}{\rho^2 + 1.825 \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi} = 3,2215 \cdot 10^{-3}$$

essendo:

B-31)
$$\sin \vartheta = \sqrt{1 - \cos^2 \vartheta} = \sqrt{1 - \frac{a \cdot 10^{-3}}{r}} = \sqrt{1 - \frac{0,015}{r}}$$

Quindi, tenendo conto del verso del vettore B11 e per la (B-14):

B-32) $B_{11} = -1,854 \cdot 10^{-10} \cdot 3,2215 \cdot 10^{-3} \cdot N \cdot 10^4 = -5,9726 \cdot 10^{-9} \text{ gauss}$

Dischetto 1/faccia2: carica negativa
a = 0,013

$$\begin{aligned} \text{B-33)} \quad r^2 &= \rho^2 + (169 + 1.600) \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi = \\ &= \rho^2 + 1.769 \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi \end{aligned}$$

Sempre con Derive 6, si ha:

$$\text{B-34)} \quad I_{12} = \int_{1 \times 10^{-3}}^{15 \times 10^{-3}} \int_0^{2\pi} \frac{\rho^2 \cdot \sin \vartheta \cdot d\rho \cdot d\varphi}{\rho^2 + 1.769 \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi} = 3,3217 \cdot 10^{-3}$$

e quindi :

$$\text{B-35)} \quad B_{12} = 1,854 \cdot 10^{-10} \cdot 3,3217 \cdot 10^{-3} \cdot N \cdot 10^4 = +6,1584 \cdot N \cdot 10^{-9} \text{ gauss}$$

Dischetto2/faccia1: carica positiva
a = 0,001

$$\begin{aligned} \text{B-36)} \quad r^2 &= \rho^2 + (1 + 1.600) \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi = \\ &= \rho^2 + 1.601 \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi \end{aligned}$$

Con Derive 6, si ottiene:

$$\text{B-37)} \quad I_{21} = \int_{1 \times 10^{-3}}^{15 \times 10^{-3}} \int_0^{2\pi} \frac{\rho^2 \cdot \sin \vartheta \cdot d\rho \cdot d\varphi}{\rho^2 + 1.601 \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi} = 3,6666 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{B-38)} \quad B_{21} = -1,854 \cdot 10^{-10} \cdot 3,6666 \cdot 10^{-3} \cdot N \cdot 10^4 = -6,7978 \cdot 10^{-9} \text{ gauss}$$

Dischetto2/faccia 2: carica negativa

a = -0,001

$$\begin{aligned} \text{B-39)} \quad r^2 &= \rho^2 + (1 + 1.600) \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi = \\ &= \rho^2 + 1.601 \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi \end{aligned}$$

$$\text{B-40)} \quad I_{22} = \int_{1 \times 10^{-3}}^{15 \times 10^{-3}} \int_0^{2\pi} \frac{\rho^2 \cdot \sin \vartheta \cdot d\rho \cdot d\varphi}{\rho^2 + 1.601 \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi} = I_{21} = 3,6666 \cdot 10^{-3}$$

e quindi:

$$\text{B-41)} \quad B_{22} = 1,854 \cdot 10^{-10} \cdot 3,6666 \cdot 10^{-3} \cdot N \cdot 10^4 = +6,7978 \cdot 10^{-9}$$

Dischetto 3/faccia 1: carica positiva

a = -0,013

$$\begin{aligned} \text{B-39)} \quad r^2 &= \rho^2 + (169 + 1.600) \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi = \\ &= \rho^2 + 1.769 \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi \end{aligned}$$

$$\text{B-40)} \quad I_{31} = \int_{1 \times 10^{-3}}^{15 \times 10^{-3}} \int_0^{2\pi} \frac{\rho^2 \cdot \sin \vartheta \cdot d\rho \cdot d\varphi}{\rho^2 + 1.769 \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi} = 3,3217 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{B-45)} \quad B_{31} = -1,854 \cdot 10^{-10} \cdot 3,3217 \cdot 10^{-3} \cdot N \cdot 10^4 = -6,1584 \cdot N \cdot 10^{-9}$$

Dischetto 3/faccia 2: carica negativa
a = -0,015

$$\begin{aligned}\text{B-46)} \quad r^2 &= \rho^2 + (225 + 1.600) \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi = \\ &= \rho^2 + 1.825 \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi\end{aligned}$$

$$\text{B-47)} \quad I_{32} = \int_{1 \times 10^{-3}}^{15 \times 10^{-3}} \int_0^{2\pi} \frac{\rho^2 \cdot \sin \vartheta \cdot d\rho \cdot d\varphi}{\rho^2 + 1.825 \cdot 10^{-6} - 0,080 \cdot \rho \cdot \cos \varphi} = 3,2215 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{B-48)} \quad B_{32} = 1,854 \cdot 10^{-10} \cdot 3,2215 \cdot 10^{-3} \cdot N \cdot 10^4 = +5,9726 \cdot 10^{-9} \quad (\text{gauss})$$

Si ha quindi in totale:

B11	-5,97260E-09	xN
B12	6,15840E-09	xN
B21	-6,79780E-09	xN
B22	6,79780E-09	xN
B31	-6,15840E-09	xN
B32	5,97260E-09	xN
Btot	0,00000E+00	xN

Il campo totale è quindi nullo.